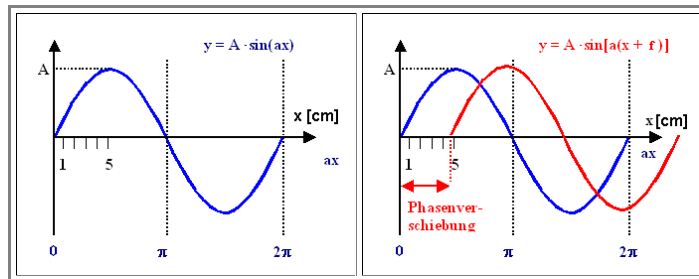


Wellen und Phasen

Basics

Hier schnell einige Grundbegriffe der Trigonometrie - was genau ist ein **sin(ax)**?

- Ein Sinus beschreibt eine typische **Welle** (oder, genauer, eine **Schwingung**) sein Graph sieht am einfachsten so aus wie unten links gezeigt:



- Dabei ist die **x**-Achse doppelt ausgeführt: Einmal direkt (**x**), und einmal **dunkelblau** als **a x**. Wir schreiben den Sinus als

$$y = A \cdot \sin(ax)$$

- Dann ist **A** die Amplitude; und im Argument des Sinus stecken "irgendwie" **Wellenlänge** λ und **Phase** ϕ . Die Variable **x** ist in der Maßeinheit [**m**] zu nehmen; der Parameter **a** muß damit die Dimension [**1/m**] haben.

Die Wellenlänge ist die Strecke für einen Durchgang und dafür braucht man immer (vielfache von) 2π im Argument des Sinus. Nimmt man die Wellenlänge λ statt des Parameters **a**, schreibt sich der Sinus also so:

$$y = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{a}$$

Was ist jetzt die **Phase** dieser Schwingung?

- Das ist eine Frage, die so nicht eindeutig zu beantworten ist, denn die Phase einer Schwingung bezieht sich auf einen definierten Nullpunkt, oder anders gesagt, Phasen sind eigentlich immer **Phasendifferenzen**.
- Das ist im rechten Bild verdeutlicht, in dem die rote Schwingung gegenüber der blauen phasenverschoben ist. Die rote Schwingung schreibt sich als

$$y = A \cdot \sin\left[a \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda} (x + f)\right)\right]$$

- Dabei ist die Phase als Strecke in [**m**] zu nehmen. Im obigen Bild ist sie $f \approx 4,7$ **cm**.

Was machen wir, wenn wir nicht die Phasenverschiebung als Strecke **f** kennen, sondern im (sinnvolleren) Bogenmaß ϕ . Im Beispiel wäre $\phi \approx \pi/2$?

- Wir rechnen um, indem wir einfach das Verhältnis der Strecken betrachten. Es gilt:

$$\frac{f}{\lambda} = \frac{\phi}{2\pi}$$

$$\phi = \frac{2\pi \cdot f}{\lambda} = f \cdot a$$

$$y = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot (x + f)\right) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \phi\right)$$

Damit ist klar, wie die [Phasenverschiebung in Kap. 3.4.2 auszurechnen ist](#).

- Weiterhin ist klar, wie sich eine Phasenverschiebung in komplexer Schreibweise darstellt. Unsere "normale Welle" sieht so aus

$$y(x) = A \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x\right)$$

Dreidimensional

$$y(\underline{r}) = A \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \underline{r}\right) = A \cdot \exp(i \underline{k} \underline{r})$$

Mit einer Phasenverschiebung f oder ϕ wird daraus

$$y(x) = A \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi(x + f)}{\lambda}\right) = A \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi f}{\lambda}\right) = A \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cdot \exp(i\phi)$$

Dreidimensional

$$y(\underline{r}) = A \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi(\underline{r} + \underline{f})}{\lambda}\right) = A \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi \underline{r}}{\lambda}\right) \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi |\underline{f}|}{\lambda}\right) = A \cdot \exp\left(i \cdot \frac{2\pi \underline{r}}{\lambda}\right) \cdot \exp(i\phi) = A \cdot \exp(i \underline{k} \underline{r}) \cdot \exp(i\phi)$$