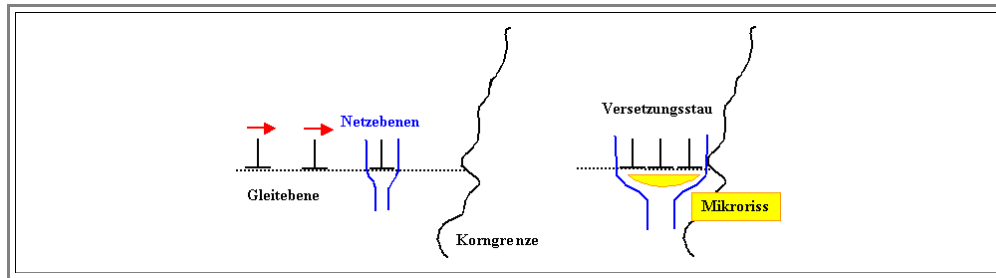


## 7.3.2 Mikrorisse und Bruchfestigkeit

### Mikrorisse als Quelle lokaler Bruchvorgänge

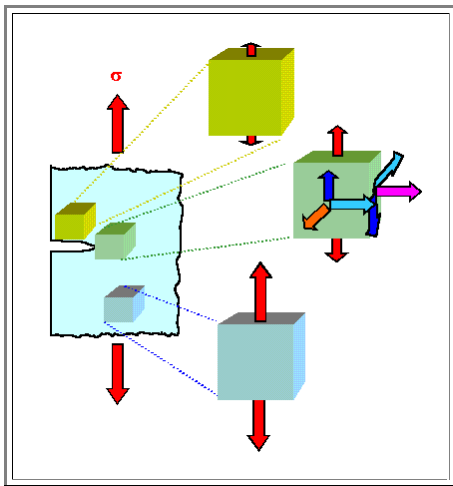
Was sind Mikrorisse? Zunächst mal kleine Hohlräume oder "voids", insbesondere falls sie eher zweidimensional sind. Aber da ist noch viel mehr:

- Kleine **Risse** im Wortsinn, die von der Oberfläche aus in das Material führen. Jede mechanisch bearbeitete Oberfläche wird solche Mikrorisse aufweisen, auch wenn sie mit dem bloßem Auge oder dem Lichtmikroskop nicht sichtbar sind.
- **Interne Risse**, z.B. zwischen Körnern, insbesondere zwischen zusammengesinterten Körnern einer Keramik, oder an Ausscheidungen die nicht so recht ins Gitter passen. Diese Mikrorisse mögen zwar nur einige **nm** ausgedehnt sein; aber das reicht um das Bruchverhalten zu beeinflussen.
- **Aufgestaute Versetzungen**, z.B. an einer Korngrenze. Das sieht im Extremfall so aus:



- Irgendeine Spannung treibt die eingezeichneten Stufenversetzungen nach rechts (linkes Teilbild), wo sie auf eine undurchdringliche Barriere stoßen, z.B. eine Korngrenze oder eine Ausscheidung. Der **Versetzungstau** als Ergebnis ist rechts dargestellt; der Bereich unterhalb der zusammengequetschten Versetzungen ist "praktisch" ein kleiner Riß.

Damit läßt sich verallgemeinert sagen: Jede "verdünnte" Zone im Kristall kann als Mikroriß aufgefaßt werden - und das alles gilt dann sinngemäß auch für amorphe Materialien. Die entscheidende Erkenntnis ist jetzt: **An Mikrorissen tritt Bruch früher ein als im rißfreien Material**. Das hat **zwei** Gründe:

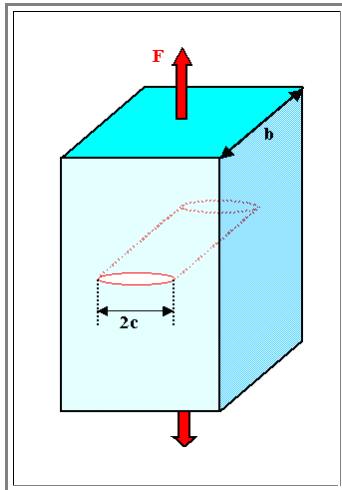


1. **An einem Mikroriß können die lokalen Spannungen höher sein als im Volumen**. Das nebenstehende Bild zeigt einen im unbelasteten Zustand spannungsfreien Mikroriß (es ist nur etwas Material von der Oberfläche her herausgenommen). Legen wir von außen eine **einachsige Spannung** an (d.h. wir machen einen Zugversuch), finden wir an differentiellen Einheitswürfeln **im Volumen** (weit weg vom Riß) ebenfalls nur einen einachsigen Spannungszustand.
  - An einem Einheitswürfel dicht am Mikroriß **müssen** die Spannungen jedoch anders sein - direkt am Riß ist schlicht kein Material das dem Zug von oben oder unten direkt Paroli bieten kann. Wir müssen Spannungen ab- oder aufbauen, damit der Würfel in Ruhe bleibt; das Bild zeigt das schematisch. Dicht an der Rißfläche sind die Spannungen kleiner, an der Rißspitze größer.
  - Dies führt dazu, daß nach lokaler Transformation auf Hauptachsen, die (bruchverursachenden) Normalspannungen jetzt höher sein können als die externe Spannung; insbesondere an scharfen "Kanten". Damit erfolgt lokaler Bruch am Mikroriß bei **kleineren** Spannungen als im Volumen.
2. Viele Mikrorisse in der allgemeinen Definition (z.B. der Versetzungstau) haben bereits hohe eingebaute Spannung; in der Regel sowohl Bereiche mit Zug- als auch mit Druckspannungen.
  - **Irgendwo** am Mikroriß wird sich die eingebaute Spannung mit der angelegten äußeren Spannung so überlagern, daß die Normalspannungen sich addieren. Wiederum sind die lokalen Spannungen höher als die äußere Spannung; lokaler Bruch erfolgt **vor** dem globalen Bruch.
- Beide Effekte können sich natürlich überlagern, im Endeffekt werden wir aber praktisch immer davon ausgehen können, daß ein lokaler Bruch am Mikroriß lange vor dem globalen Bruch eintritt.

- Die Lage ist ziemlich komplex; es sieht nicht so aus als ob es leicht möglich wäre, ein simples Bruchkriterium für **lokale** Brüche an Mikrorissen aller Art zu entwickeln. Es sieht auch nicht nur so aus - so ist es!
- Aber** - wir sind gar nicht so wahnsinnig scharf darauf, herauszufinden ob an irgendeinem Mikroriß ein **lokaler** Bruch auftritt, d.h. der Riß sich **etwas** vergrößert. Was wir wirklich wissen wollen, ist ob **die ganze Probe bricht!**
- Die wichtige Frage ist also, ob mindestens **einer** der lokalen Mikrorissen sich **unaufhaltsam ausbreitet** - bis er die ganz Probe umfaßt. Und dafür, für die **Ausbreitung von Mikrorissen**, lassen sich netterweise simple Kriterien finden.
- Wohlauf! Schauen mer mal.

## Rißausbreitung an Mikrorissen

Wir betrachten einen (idealisierten) Mikroriß in einem anderweitig perfekten Kristall in der unten gezeigten Geometrie.



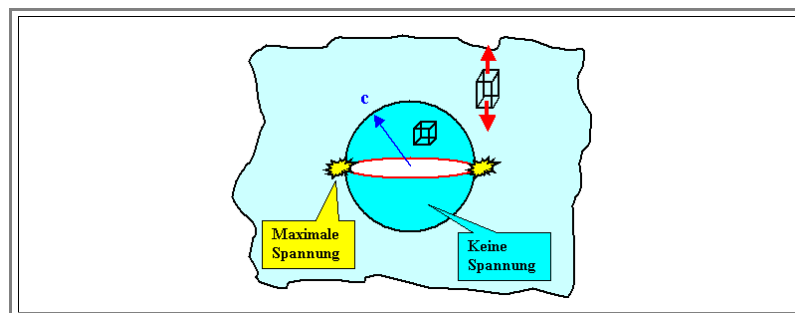
- Wir müssen nur ausrechnen, ob es sich **energetisch lohnt**, den RiB zu vergrößern. In anderen Worten: Nimmt die im Kristall mit RiB gespeicherte elastische Energie  $P^*$  als Funktion der Mikrorißfläche  $2c \cdot b$  ab oder zu, falls wir eine Spannung  $\sigma$  anlegen.
- Das Kriterium für RiBausbreitung ist dann, ob  $P^*_{\text{RiB}}$  größer oder kleiner wird. In Formeln:

$$\frac{dP^*_{\text{RiB}}}{d(c \cdot b)} \begin{cases} > 0 & \text{d.h. der RiB wird sich } \textit{nicht} \text{ ausbreiten} \\ < 0 & \text{d.h. der RiB wird sich } \textit{ausbreiten} \end{cases}$$

- Wie groß ist die im rißfreien Kristall gespeicherte elastische Energie? Im **perfekten** Kristall ist sie **pro Volumeneinheit** für einen linearen Verlauf der Spannungs- Dehnungskurve gegeben durch die schon früher eingeführte **Zähigkeit**, also  $P_K = \int \sigma d\epsilon = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \epsilon = \sigma^2/2E$ .
- Die Spannung  $\sigma$  ist im betrachteten Bereich überall identisch mit der extern angelegten Spannung, und die Dehnungen (in Zugrichtung) ergeben sich aus  $\epsilon = (1/E) \cdot \sigma$ .
- Weit weg vom Mikroriß wird sein Einfluß auf das Spannungs- und Dehnungsfeld minimal und damit vernachlässigbar sein. Für diesen Teil des Kristalls gilt dann die obige Formel.

Um den RiB herum werden die Spannungen und Dehnungen jedoch **anders** sein als im Volumen des Kristalls, und damit auch die gespeicherte elastische Energie.

- Wie genau die Spannungen und Dehnungen um den Mikroriß herum aussehen, und damit die gespeicherte elastische Energie, ist ein schwieriges Problem der Elastizitätstheorie; die Lösungen sind selbstverständlich von der genauen Art des Mikrorisses abhängig. Wir wollen uns aber damit nicht belasten und machen eine **radikale physikalische Näherung**:
- Wir nehmen an, daß in einem **Zylinder** um den Mikroriß herum die Spannungen und Dehnungen schlicht **Null** sind.
- Schauen wir uns an was das bedeutet:



Direkt an der Oberfläche des Mikrorisses können keine Spannungen wirken und keine Dehnungen vorhanden sein - die oberflächennahen Atome erfahren keine Kräfte und sind immer im Gleichgewichtsabstand zu ihren Nachbarn (wir vernachlässigen mal die "Ecken").

- Das scheint im Widerspruch zu [obiger Aussage](#) erhöhter Spannungen an einem Mikroriß zu sein, aber die Spannungsüberhöhung tritt nur an "scharfen" Ecken massiv auf.
- Grundsätzlich können wir erwarten, daß in einem zur Größe des Mikrorisses korrespondierendem Volumen die Spannungen und Dehnungen insgesamt kleiner sind als im Volumen. Unsere Näherung berücksichtigt dies; wir können aber nicht so recht abschätzen, wie gut sie ist.

Wir kommen aber relativ leicht zu einer Formel, die trotz Näherung einige Aussagekraft hat.

- Im Zylindervolumen ist also *keine* elastische Energie gespeichert, oder *umgekehrt herum betrachtet*, es wird die Energie  $P_{\text{RiB}}$  freigesetzt falls wir jetzt in ein gegebenes Volumen einen RiB einführen.
- Die *freigesetzte* Energie ist damit:

$$P_{\text{RiB}} = \frac{\sigma^2}{2E} \cdot \pi \cdot c^2 \cdot b$$

- Der zweite Term ist schlicht das Volumen des Zylinders.
- Mit der Rißfläche  $A = 2 \cdot [2c \cdot b]$  (der Faktor 2 berücksichtigt, daß es *zwei* Rißoberflächen gibt) erhalten wir

$$P_{\text{RiB}} = \frac{\sigma^2}{2E} \cdot \frac{\pi \cdot c \cdot A}{4}$$

Dieser *gewonnenen* elastischen Energie steht die *aufzuwendende Oberflächenenergie*  $P_{\text{Ob}} = \gamma \cdot A = 4\gamma \cdot c \cdot b$  entgegen.

- Wir können damit das Bruchkriterium [von oben](#) neu formulieren: Bruch wird erfolgen, wenn bei einer Vergrößerung des Mikrorisses die *gewonnene* elastische Energie größer ist als die *aufzuwendende* Oberflächenenergie.
- Das Kriterium für **Rißwachstum** in Formeln ist also

$$\frac{dP_{\text{Ob}}}{dA} < \frac{dP_{\text{RiB}}}{dA}$$

- Damit haben wir

$$\frac{d}{dA} (\gamma \cdot A) < \frac{d}{dA} \left( \frac{\sigma^2 \cdot \pi \cdot c \cdot A}{8E} \right)$$

$$\gamma < \frac{\sigma^2 \cdot \pi \cdot c}{8E}$$

Als Endergebnis erhalten wir

- Bruch erfolgt für

$$\sigma > \left( \frac{8E \cdot \gamma}{\pi \cdot c} \right)^{1/2}$$

Das ist eine einfache und nützliche Formel. Sie besagt insbesondere, daß ein im Material vorhandener Mikroriß *unaufhaltsam wachsen wird*, wenn die äußere Zugspannung größer ist als eine kritische Spannung die von der *Rißgröße c* abhängt!

- Wie gut ist die Formel? Schließlich haben wir eine ziemlich radikale Näherung benutzt.
- Die Antwort ist: *Ziemlich gut* - im Rahmen des idealisierten Zustands. Genauere (und viel komplexere) Rechnungen ergeben gerademal einen Faktor **2** Unterschied; wir erhalten:

$$\sigma > \left( \frac{2E \cdot \gamma}{\pi \cdot c} \right)^{1/2}$$

- Insbesondere ist die funktionale Abhängigkeit der Bruchspannung von der *Oberflächenenergie* und der *Rißgröße* unverändert.

Vergleichen wir die Bruchspannung bei Vorhandensein von Mikrorissen (wir nennen sie  $\sigma_{\text{Riß}}$ ), mit der maximalen theoretischen Bruchfestigkeit  $\sigma_{\text{max}}$ , erhalten wir

$$\frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{Riß}}} = \frac{\pi \cdot c}{r_0}$$

- Die maximale reale Bruchspannung eines Materials ist also um den Faktor  $\pi \cdot c/r_0$  *kleiner* als die theoretische Bruchspannung. Dabei ist *c* die Abmessung des *größten vorhandenen Mikrorisses*.
- Die Formel zeigt insbesondere: Schon kleinste Mikrorisse im Bereich weniger Gitterkonstanten  $r_0$ , d.h. im Nanometerbereich, verringern die Bruchfestigkeit signifikant.
- Im übrigen verstehen wir, warum die Bruchstücke einer schon gebrochenen Probe jetzt tendenziell erst bei höheren Spannungen brechen: Die verbliebenen Mikrorisse können nur kleiner sein als der Mikroriß, der zum ersten Bruch führte.

Was sagt das Experiment zu unserer Formel? Zu den *zwei* unabhängigen Vorhersagen

$$\sigma_{\text{Riß}} \propto \gamma^{1/2}$$

$$\sigma_{\text{Riß}} \propto (1/c)^{1/2}$$

- Während (die nicht ganz einfach zu messende) Abhängigkeit von der Rißgröße *c* im allgemeinen ganz gut erfüllt ist; gilt das *nicht* für die Proportionalität zur Wurzel aus der Oberflächenenergie  $\gamma$ .
- Die sich aus Bruchexperimenten ergebende Oberflächenenergie ist tendenziell oft erheblich größer als die wahre Oberflächenenergie.
- Dies bedeutet, daß im (vergrößerten) Riß *mehr* Energie steckt, als man in den neuen Oberflächen "unterbringen" kann. Das ist in der Praxis eine gute Sache - erhöht es doch die reale Bruchfestigkeit.

Die Ursache für diese Beobachtung ist in der Regel, daß an der Rißspitze *doch* etwas *plastische Verformung* stattfindet - auch bei eigentlich spröden Materialien! Versetzungen werden erzeugt und bewegt - und dazu wird Energie benötigt. Das ist die im Experiment gefundene *zusätzliche* Energie, die eine erhöhte Oberflächenenergie vorgaukelt.

Wir beenden damit den *Sprödbbruch* - obwohl viele Fragen offen bleiben, und noch viel zu sagen wäre. Klar geworden ist hoffentlich, warum die ingenieurmäßige Bruchmechanik - z.B. die Vorhersage welches Bauteil unter welcher Belastung wann brechen wird - zu den schwierigsten Problemen der strukturellen Materialwissenschaft gehört (man beachte die bisher gar nicht angesprochene zeitliche Entwicklung der Bruchspannung, d.h. das Alterungsverhalten des Bauteils bezüglich Sprödbbruch).

- Und wir wollen nicht vergessen: Die strukturelle Integrität eines Produkts ist die Grundvoraussetzung für sein Funktionieren. Größere technische Katastrophen sind häufig auf Brüche (nicht unbedingt nur *Sprödbüche*) zurückzuführen.
- Wer gerne mehr wissen möchte: In einem "advanced" Modul werden noch einige Punkte etwas vertieft.