

Zur Vorlesung „Grundlagen der Materialwissenschaft“

Online-Lesehilfe 9: Dielektrika und Optik (Hauptteil 2 und Ende); Magnetische Materialien (Beginn)

Inhalt

6.4.3 Der Frequenzgang der (komplexen) Dielektrizitätskonstante für Relaxation

6.4.4 Gesamtschau

Unterkapitel 6.5: Optik mit komplexem Brechungsindex

6.5.1 Was man wissen möchte und was man wissen kann

Unterkapitel 6.6: Weiterführende Hinweise und Links

6.6.1 Was es noch so alles gibt

Unterkapitel 6.7: Zusammenfassungen zu Kapitel 6

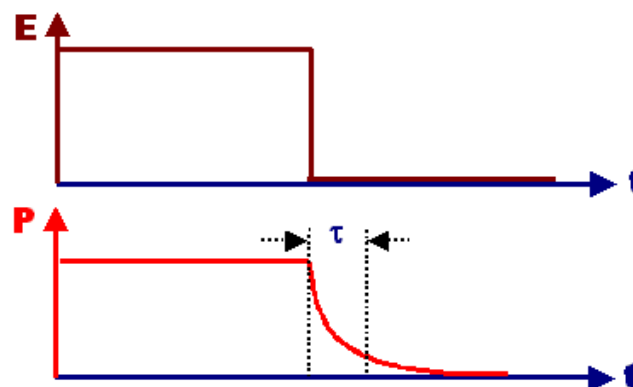
Unterkapitel 7.1: Magnetische Dipole und Arten des Magnetismus

7.1.1 Monopole, Dipole und Kreisströme

6.4.3 Der Frequenzgang der (komplexen) Dielektrizitätskonstante für Relaxation

Bislang haben wir das Wasser lediglich im elektrischen Gleichfeld betrachtet, das die Verteilung der Dipole von „komplett zufällig“ zu „leicht in Feldrichtung orientiert“ verändert. Was aber passiert in einem Wechselfeld? Das ist nicht so ohne weiteres einsichtig, deshalb machen wir zunächst etwas anderes: Wir schalten das Gleichfeld schlagartig ab.

Die sofort nach dem Abschalten vorliegende Verteilung der Dipolrichtungen hat nicht mehr die kleinstmögliche freie Energie – sie ist ohne Feld zu ordentlich, und die potentielle Energie liegt über dem Minimalwert. Von allein „relaxiert“ so ein energetisch angeregtes System immer in den Grundzustand mit der niedrigsten freien Energie. Diese Relaxation zum Grundzustand sieht immer so aus:



Die Gleichung dazu lässt sich so schreiben: $P(t) = P_0 \exp(-t/\tau)$. Bemerkenswerterweise haben wir damit auch das Problem der Frequenzabhängigkeit der Orientierungspolarisation gelöst! Denn es gilt in beliebiger Allgemeinheit, daß sich das Frequenzspektrum via Fouriertransformation aus der Zeitabhängigkeit ergibt. (Bei einer periodischen Funktionen liefert die Fourier-Reihenentwicklung das Frequenzspektrum.) Wer vergessen hat, wie es geht, findet einen Link

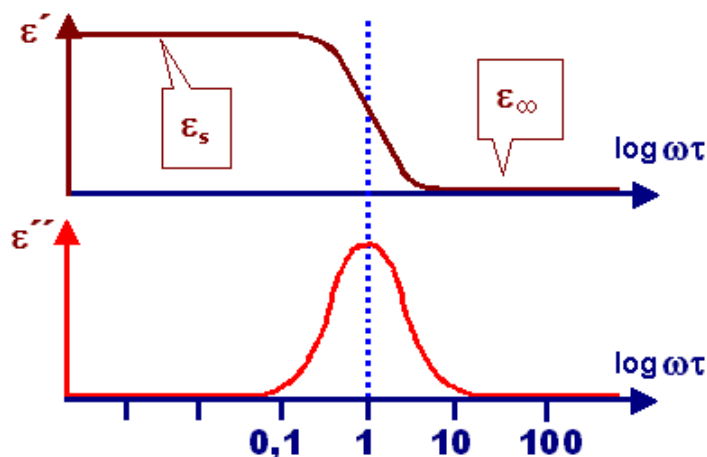
im Hyperskript und kann dort nachschauen. Wem die Fouriertransformation völlig unbekannt ist, der kann sich mit der Lösung einer Differentialgleichung behelfen; Details dazu siehe unten. Führt man die Fouriertransformation durch, erhält man

$$P(\omega) = \int_0^{\infty} P_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \exp(-i\omega t) dt$$

$$P(\omega) = \frac{P_0}{\omega_0 + i \cdot \omega}$$

$$\text{mit } \omega_0 = \frac{1}{\tau} \quad (\text{ohne } 2\pi!)$$

Zerlegt in Real- und Imaginärteil, sieht diese Funktion so aus:

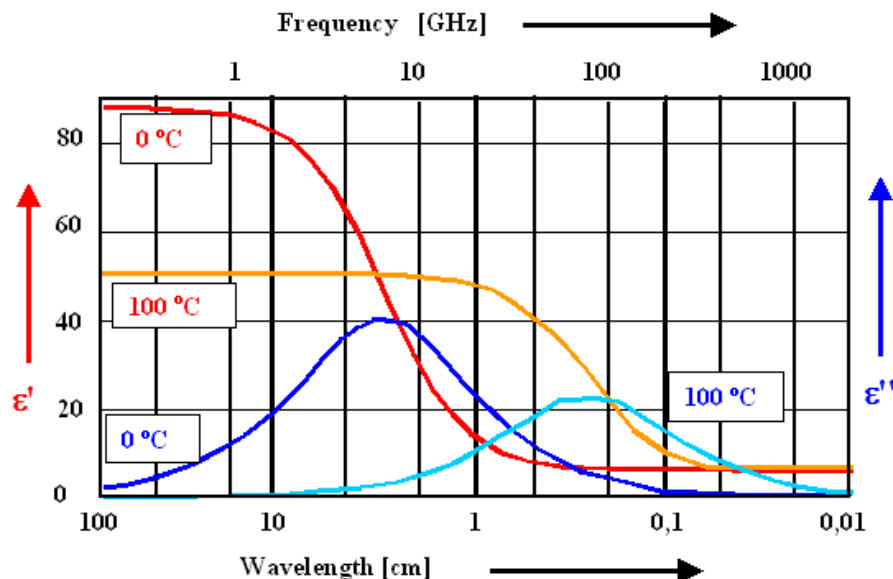


Hier nun der oben angekündigte Weg über die Differentialgleichung: Das exponentielle Abklingen von P nach Abschalten des Feldes kann durch $dP/dt = -P/\tau$ beschrieben werden. Unter Einwirkung eines periodischen äußeren Feldes kommt auf der rechten Seite der Differentialgleichung noch $+ P_0 \exp(i\omega t)$ hinzu. Der Ansatz $P(t) = P(\omega) \exp[-i\delta(\omega)] \exp(i\omega t)$ führt auf $P(\omega) \exp[-i\delta(\omega)] i\omega \exp(i\omega t) = -P(\omega) \exp[-i\delta(\omega)] \exp(i\omega t) / \tau + P_0 \exp(i\omega t)$. Das ergibt $P(\omega) \exp[-i\delta(\omega)] (i\omega + 1/\tau) = P_0$ bzw. $P(\omega) = P_0 \exp[i\delta(\omega)] (1/\tau + i\omega)^{-1}$. Bis auf den expliziten Phasenverschiebungsfaktor $\exp[i\delta(\omega)]$ ist dies das obige Ergebnis.

Das genügt, um das Zusammenspiel von Mikrowelle und Wasser nachzuvollziehen: Beim Kochen von Lebensmitteln in der Mikrowelle wackelt man einfach nur an den Wassermolekülen mit einer Frequenz, bei der ihre dielektrische Funktion einen nennenswerten Imaginärteil hat, so daß man damit dielektrische Verluste produziert (zur Erinnerung: $L_W = \epsilon_0 \cdot \omega \cdot \epsilon_r'' \cdot E^2$). Schauen wir uns dazu mal die gemessene dielektrische Funktion von Wasser an (Abb. auf der nächsten Seite).

Grob gesprochen, folgen diese Kurven der obigen Theorie. Wir erkennen auch den beträchtlichen Einfluß der Temperatur, wie es (in etwa) der Vorhersage durch die Langevin-Funktion entspricht. (Es ergeben sich Abweichungen, weil wir die Wechselwirkung der Wasserdipole mit ihren Nachbarn nicht berücksichtigt haben.) Die höchsten dielektrischen Verluste treten

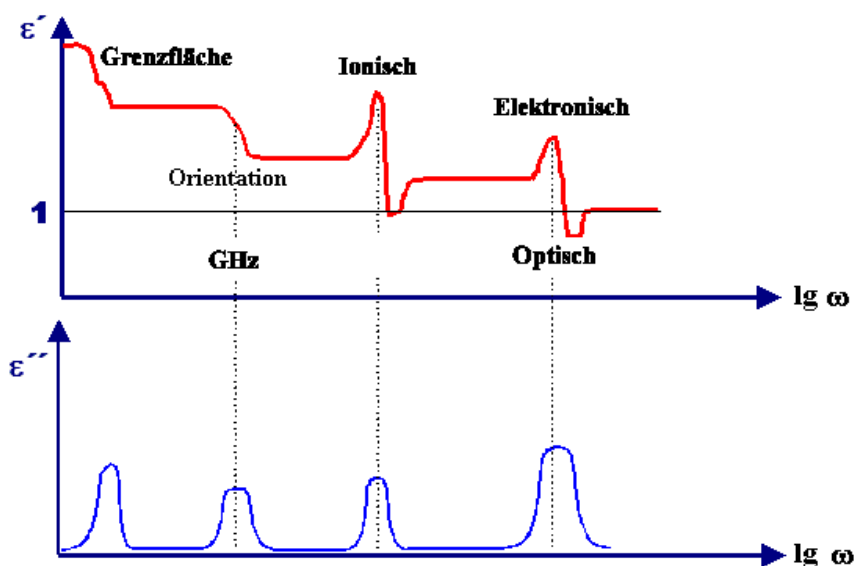
im Bereich um 5 GHz bis 100 GHz auf, das heißt im Mikrowellenbereich des Spektrums. Die typischen Küchengeräte arbeiten bei etwa 2,5 GHz (d. h. bei einer Wellenlänge von ca. 12 cm; dort ist übrigens auch das WLAN zu finden) und damit etwas unterhalb des Bereichs maximaler Verluste. Das ist absichtlich so gemacht, damit nicht schon die äußere Hülle die gesamte Strahlung absorbiert, wodurch gleichmäßigeres Aufwärmen gewährleistet ist. Ist das Wasser gefroren, gibt es ein Problem: Eis hat im Mikrowellenbereich eine kleine DK und wenig Verluste. Es dauert lange, um etwas Gefrorenes aufzutauen, danach „explodiert“ es geradezu.



(Verständnisfrage: Ist Ihnen nun klar, was zumindest einer der Gründe sein kann, warum das 5G-Funknetz in den Bereichen 600 MHz bis 6 GHz und ab 26 GHz betrieben wird, aber nicht bei Frequenzen dazwischen?)

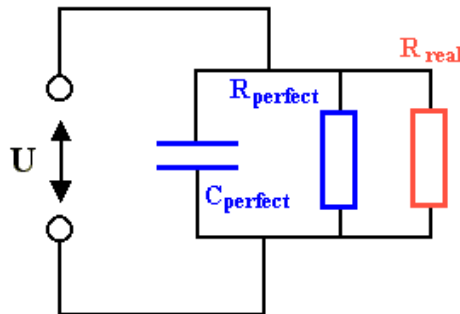
6.4.4 Gesamtschau

Die komplette dielektrische Funktion eines Dielektrikums ist eine Überlagerung aller beteiligten Mechanismen. Für ein fiktives Material, das alle Mechanismen in Reinkultur enthielte (und das es nicht mal annähernd gibt – nun ja, gar nicht geben kann), sähe das so aus:



Daß Real- und Imaginärteil stark korreliert wirken, ist kein Zufall; mathematisch wird das durch die Kramers-Kronig-Relationen beschrieben: Kennt man einen Teil (egal ob den Real- oder den Imaginärteil), kann man den anderen mit ihrer Hilfe berechnen.

Bisher haben wir nur ideale Dielektrika betrachtet. Bei realen kommt noch eine ohmsche Gleichstromleitfähigkeit dazu, so daß wir insgesamt folgendes Ersatzschaltbild haben:



Für parallelgeschaltete Widerstände können wir die Leitfähigkeiten einfach addieren: $\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{perfect}} + \sigma_{\text{real}}$. Da man in der Praxis nicht auseinanderhalten kann, welcher Teil ideal und welcher real ist, nimmt man für die dielektrische Funktion einfach die Summe σ_{total} . Damit haben wir $\epsilon'' = \sigma_{\text{total}} / \omega$. (Wem das zu knapp war: Es wird eine Übungsaufgabe dazu geben.)

Unterkapitel 6.5: Optik mit komplexem Brechungsindex

6.5.1 Was man wissen möchte und was man wissen kann

Das meiste aus diesem Kapitel ist für unsere Zwecke bereits zu speziell; es genügt, sich das einmal flüchtig angeschaut zu haben. Es bleibt nur das Verständnis des Imaginärteils des komplexen Brechungsindex' zu klären: Falls $\kappa > 0$, wird das Licht beim Durchgang durch ein Material absorbiert, und für die Intensität nach einem Laufweg z gilt dabei $I(z) = I_0 \cdot \exp(-az)$. Die Konstante a ist der Absorptionskoeffizient, der Kehrwert $1/a = a^{-1}$ die Absorptionslänge. (Allgemein üblich ist α statt a , jedoch ist in 6.5.1 schon ein Winkel mit α bezeichnet worden.) Im Hyperskript wird gezeigt, daß $a = \omega\kappa/c = 2\pi\kappa/\lambda$ und also $2\pi\kappa = a\lambda = \lambda/a^{-1}$ gilt; damit sagt die Zahl κ effektiv aus, nach wievielen Wellenlängen das Licht weitgehend absorbiert ist.

Unterkapitel 6.6: Weiterführende Hinweise und Links

6.6.1 Was es noch so alles gibt

Schauen Sie sich das im Hyperskript gern einmal an; zum einen gibt es Hinweise auf Details und Probleme, über die in der gerafften Fassung des Stoffs hinweggegangen wurde, zum anderen werden Spezialthemen der Dielektrika benannt und kurz umrissen. Dies betrifft spezielle Dielektrika und Phänomene, die man zumindest dem Namen nach kennen sollte, wie piezoelektrische Materialien, ferroelektrische Materialien und Elektrete; außerdem wird die Pyroelektrizität erwähnt. Zu allem gibt es weiterführende Links.

Unterkapitel 6.7: Zusammenfassungen zu Kapitel 6

Die „Merkmale“ in 6.7.1 sind eine Kurzzusammenfassung dessen, was ich Ihnen hier präsentiert habe; das sollten Sie alles verstanden haben bzw. sollte es Ihnen sehr bekannt vorkommen. Worum es bei „Was man wissen muß“ unter 6.7.2 geht, erklärt sich von selbst. Falls Sie bei der Durchsicht dieser Zusammenstellungen merken, daß Sie etwas nicht verstanden haben, fragen Sie in der Übung nach, oder schreiben Sie mir eine Mail.

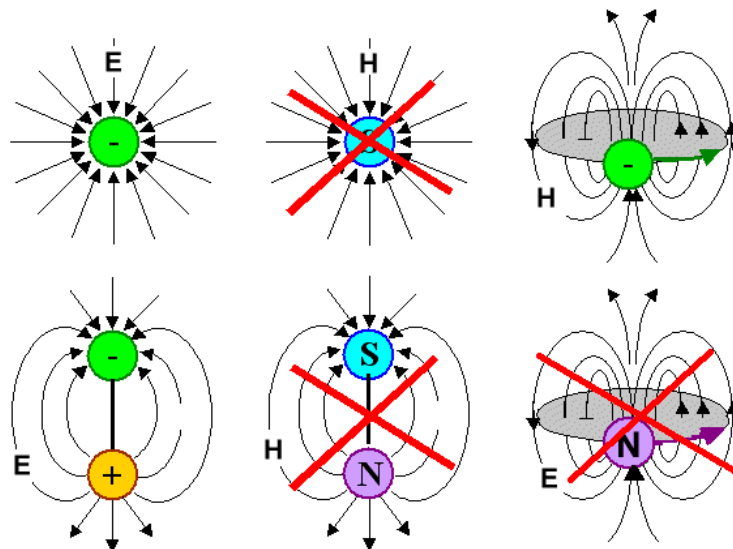
Unterkapitel 7.1: Magnetische Dipole und Arten des Magnetismus

7.1.1 Monopole, Dipole und Kreisströme

Das statische elektrische Feld hat eine ganz anschauliche Ursache: Einzelne Ladungen (in Coulomb gemessen) sind Quellen des elektrischen Feldes. Beim Magnetfeld ist es ebenfalls elementar, aber viel weniger anschaulich: Es gibt keine einzelnen magnetischen „Ladungen“, sondern *nur* magnetische Dipole.

Nach sogenannten „magnetischen Monopolen“ wird bereits lange Zeit experimentell gefahndet, und die Suche geht weiter, weil eine ganz elementare Frage dahintersteht: Kein bislang bekanntes Naturgesetz spricht gegen ihre Existenz, also besteht die Hoffnung, entweder doch noch welche zu finden – oder ein neues Naturgesetz zu entdecken. Doch obwohl es bei extrem tiefen Temperaturen (wenige Kelvin über dem absoluten Nullpunkt) in bestimmten Festkörpern und Gasen gewisse „Quasiteilchen“¹ gibt, bei denen Effekte auftreten, wie man sie von magnetischen Monopolen erwartet, genügt das alles noch nicht: In Festkörpern kommen diese Quasiteilchen immer paarweise und nicht als freie Teilchen vor [1], und in Gasen ist es ein kollektiver Effekt der durch ein externes Feld ausgerichteten magnetischen Dipole vieler Atome [2], so daß es sich nicht um *elementare* magnetische Monopole handelt, die der Elementarladung des Elektrons oder des Protons entsprechen.

Als wichtige und weitreichende Konsequenz ist damit der einfache Weg verbaut, sich einen magnetischen Dipol einfach analog zu einem elektrischen vorzustellen – als zwei magnetische Einzelpole, die einen bestimmten Abstand voneinander haben. Makroskopische Magnete verhalten sich zwar so (bei jedem Magnet findet man einen Nord- und einen Südpol), aber hier geht es um die elementare mikroskopische Ursache des Magnetfeldes. Eine mögliche Lösung liefern die Maxwellgleichungen: Jeglicher Stromfluß erzeugt ein ihn einhüllendes Magnetfeld, und läßt man den Strom gedanklich in einem kleinen Kreis fließen, nimmt das Magnetfeld genau die richtige Form an. Dies ist in der folgenden Abbildung oben rechts gezeigt.



Daher definiert man das magnetische Dipolmoment $\underline{m}$ durch die Stärke des im Kreis (besser: Ring) fließenden Stroms I mal der von diesem Stromfluß berandeten ebenen Fläche A , wobei

¹ „Quasiteilchen“ ist ein quantenmechanischer Begriff, mit dem bestimmte *kollektive* Anregungszustände in Systemen aus vielen, miteinander wechselwirkenden Teilchen erfaßt werden; für diese kollektiven Anregungszustände gelten mathematische Beziehungen, die denen von „normalen“ Einzelteilchen entsprechen. Und in der Tat lassen sich Experimente, bei denen Quasiteilchen beteiligt sind, sehr einfach deuten, wenn man sie als „reale“ Teilchen ansieht. Wir werden übrigens bald ein sehr wichtiges Quasiteilchen kennenlernen!

$\underline{m}$ senkrecht auf der Fläche steht (und in die zur Richtung des Stromflusses passende Richtung zeigt): $|\underline{m}| = IA$; somit hat es die Einheit „Ampere mal Quadratmeter“.

Was ist der elementare mikroskopische magnetische Dipol? Gibt es so eine Art kleinstes $\underline{m}$, das dann als Dipol-Gegenstück zur Elementarladung gelten könnte? Offenbar müssen wir dafür den Strom und die Fläche so klein wie möglich machen. Um klassisch rechnen zu können, betrachten wir dazu das Elektron, das sich im Bohrschen Atommodell auf der innersten Bahn des Wasserstoffatoms befindet. Dazu dies:

Weil jeder fließende Strom I während einer Zeit Δt die Ladungsmenge $\Delta Q = I \Delta t$ transportiert, verursacht das kreisende Elektron, das pro Umlauf um den Kern (Umlaufdauer $T = 2\pi/\omega$) seine Ladungsmenge e transportiert, eine Stromstärke $I = e/T = e\omega/(2\pi)$. Die eingeschlossene Fläche ist $A = \pi r^2$, wobei r der Bahnradius ist. Im Bohrschen Atommodell folgt der Bahnradius aus der Quantelung des Bahndrehimpulses: $L = n\hbar$ (wobei $2\pi\hbar = h$ das Plancksche Wirkungsquantum und n die Quantenzahl ist). Der Bahndrehimpuls selbst ist $L = r \times p = rmv$, mit der Bahngeschwindigkeit $v = r\omega$ (und demselben ω wie bei der Stromstärke).

Für die innerste Bahn ist $n = 1$, und also gilt $L = m_e r^2 \omega = \hbar$ (mit der Masse m_e des Elektrons). Damit haben wir für die Fläche $A = \pi r^2 = \pi\hbar/(m_e\omega)$, und insgesamt ist $|\underline{m}| = IA = e\omega\pi\hbar/(2\pi m_e\omega) = eh/(2m_e) = eh/(4\pi m_e) = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$. Diesen Wert nennt man das *Bohrsche Magneton* m_{Bohr} ; in der Praxis ist es die Grundeinheit, in der die magnetischen Dipolmomente im atomaren Bereich gemessen werden (d. h., sie werden als Vielfache von m_{Bohr} angegeben).

Aber resultieren atomare magnetische Dipole wirklich von den Elektronen, die irgendwie um den Atomkern „kreisen“? Quantenmechanisch gesehen, ist die Kreisbahn ja eine Illusion. Nun, auch in der korrekten Quantentheorie haben die Elektronen ein magnetisches Moment aufgrund ihrer Bahnbewegung; die atomare Quantenzahl l ist immerhin die Drehimpulsquantenzahl. Allerdings heben sich diese „Bahnmomente“ fast immer gegenseitig auf. Entscheidend ist vielmehr der Spin der Elektronen, denn es gilt:

Die magnetischen Momente der Atome kommen überwiegend vom Spin der Elektronen.

Zu den elementaren Eigenschaften der Elektronen gehört, daß sie außer einer Masse, einer negativen Elementarladung und einem halbzahligen ($\pm 1/2$) Spin auch ein magnetisches Dipolmoment haben. Dieses intrinsische magnetische Moment eines Elektrons ist $m_{\text{Elektron}} = \pm m_{\text{Bohr}}$; das Vorzeichen ist mit dem des Spins identisch². Zwei Elektronen mit entgegengesetztem Spin haben deshalb in Summe kein magnetisches Moment. Das kommt sehr häufig vor – und nicht nur das: In der Natur werden, soweit möglich, die Elektronenzustände der Atome so besetzt, daß sich *alle* magnetischen Momente – Bahnmomente und Spinmomente – möglichst kompensieren. Daraus ergeben sich genau zwei Möglichkeiten:

- Atome, deren Ordnungszahl Z eine **gerade** Zahl ist, können immer die inneren magnetischen Momente kompensieren und haben deshalb **kein** magnetisches Netto-Dipolmoment.
- Atome, deren Ordnungszahl Z eine **ungerade** Zahl ist, haben zwangsweise ein magnetisches Netto-Dipolmoment von **mindestens 1 m_{Bohr}** .

Damit sind ziemlich viele Atome „magnetisch“. Und zwar nicht nur als einzelnes Atom, sondern meist auch in einem Kristall oder in einem Molekül. Andererseits müssen wir bedenken, daß in einem Festkörper oft nicht Atome vorliegen, sondern Ionen – so z. B. bei allen Metallen. Dann kann die Elektronenzahl des Ions ungeradzahlig sein, auch wenn das neutrale Atom (wie z. B. Eisen) eine geradzahlige Ordnungszahl hat.

² In der Tat: Obwohl diesem Wert ein „falsches“ Modell zugrundeliegt, bleibt der Wert auch bei einer quantenmechanischen Rechnung richtig.

Wie man von vielen einzelnen Dipolmomenten zu einer makroskopischen Dipolmomentendichte („Polarisation“) kommt, wissen wir schon. Und wir wissen auch schon, daß es unterschiedliche Polarisationsmechanismen gibt, die jeweils ein charakteristisches Frequenzverhalten aufweisen. Daher wissen wir auch sofort etwas mit folgender Aussage anzufangen:

Die magnetischen Momente der Atome können sich in beliebige Richtungen anordnen bzw. drehen, ohne daß sich die atomare Anordnung ändern muß!

Bei den elektrischen Dipolmomenten gab es diese Unabhängigkeit nicht. Nur in Flüssigkeiten, in denen sich das ganze Molekül drehen kann, konnte die Orientierungspolarisation für elektrische Dipole auftreten. Für magnetische Momente geht das auch in Festkörpern!

Auch bei den magnetischen Materialien gibt es unterschiedliche Ausgangssituationen, von denen es abhängt, wie ein Material auf das von außen angelegte Magnetfeld reagiert:

- Haben die einzelnen Atome des Materials keine magnet. Netto-Dipolmomente, wird das externe magnetische Feld H welche hervorrufen. Solche Materialien nennen wir **Diamagnete**.
- Haben die Atome des Materials nichtverschwindende magnet. Netto-Dipolmomente, deren Richtungen im Material statistisch verteilt sind, wird das externe magnetische Feld H diese Dipole mehr oder weniger stark ausrichten. Solche Materialien nennen wir **Paramagnete**.

Bis dahin kommt uns das sehr bekannt vor. Hinzu kommt aber noch der folgende dritte und besonders wichtige Fall:

- Haben die Atome magnet. Netto-Dipolmomente *und* eine starke, quantenmechanische Wechselwirkung zwischen diesen, *ordnen* sich die magnetischen Momente *von selbst*, so daß bereits *ohne* äußeres Feld eine *starke* Magnetisierung vorliegen kann. Solche Materialien nennen wir je nach Art der Ordnung **Ferromagnete**, **Ferrimagnete** oder **Antiferromagnete**.

Gänzlich neu ist der dritte Fall nicht, wir sind bloß aus Selbstbeschränkung nicht auf die dazu analogen **Ferroelektrika** eingegangen, bei denen sich elektrische Dipole von selbst ausrichten.

(Fortsetzung folgt.)

Literaturverweise:

[1] <https://www.spektrum.de/news/magnetische-monopole-nachgewiesen/1006701>

[2] <https://www.weltderphysik.de/gebiet/teilchen/news/2014/magnetische-monopole-in-ultrakaltem-gas-beobachtet/>