

8.3.4 Leitfähigkeit intrinsischer Halbleiter

Die Leitfähigkeit des Leitungsbandes

Elektronen im Leitungsband haben jede Menge freie Plätze in der (Energie)-Nachbarschaft, sie können also auf Kräfte durch Änderung ihres Wellenvektors (=Zustand) reagieren.

Die damit verbunden spezifische Leitfähigkeit σ_L *im Leitungsband* ist durch unsere immer gültige Formel gegeben:

$$\sigma_L = e \cdot n_L \cdot \mu_L$$

Mit e = Elementarladung, μ_L = Beweglichkeit und n_L = Dichte der Elektronen im Leitungsband.

Wir verzichten auf das Vorzeichen bei der Ladung, da die Leitfähigkeit immer positiv ist.

Wir kennen n_L für intrinsische Halbleiter. Wie steht es aus mit der Beweglichkeit μ ? Falls wir auch dafür Werte herleiten können, haben wir die Schlüsselfrage der Halbleitertechnik beantwortet.

Wir hatten uns bereits überlegt, welche physikalischen Prozesse die Beweglichkeit bestimmen, und kamen zu dem Schluß, daß es im wesentlichen die mittlere freie Weglänge zwischen Stößen ist.

Die wesentlichen Stoß"partner" waren Phononen und Defekte. Defekte gibt es im perfekten intrinsischen Halbleiter nicht, und Stöße mit Phononen können (und wollen) wir hier nicht näher behandeln.

Wir werden hier also keine Herleitung der Beweglichkeit leisten können und trösten uns damit, daß wir zumindest *wissen*, daß sie nicht sehr temperaturabhängig ist.

Woher wissen wir das? Durch kurzes Nachdenken! Denn was immer auch Phononen genau sind, sie enthalten die thermische Energie des Kristalls.

Die steigt aber bestenfalls *linear* mit der Temperatur – die Wärmekapazität eines Kristall haben wir behandelt, wenn auch nur am Rande (Übungsaufgabe).

Also wird die Zahl der Phononen allenfalls mit irgendeiner *niedrigen Potenz* der Temperatur ansteigen vielleicht mit T , mit $T^{3/2}$ oder auch T^2 .

Wie auch immer – der Clou an der Sache ist, daß wir die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit kaum merken werden, verglichen mit der *exponentiellen* Zunahme der Ladungsträgerdichte mit der Temperatur!

Die Beweglichkeit ist damit an *dieser* Stelle einfach nicht so spannend.

Das heißt aber nicht, daß die Beweglichkeit grundsätzlich uninteressant wäre. Für Halbleiterbauelemente, die auch noch bei höchsten Frequenzen arbeiten sollen, ist sie ein extrem spannender Materialparameter – **Si** verliert hier beispielsweise das Rennen gegen **GaAs**.

Falls wir jetzt aber unterstellen, daß wir einen experimentellen Zahlenwert für die Beweglichkeit haben, und dann die Leitfähigkeit des Leitungsbandes ausrechnen, würden wir (in einem Idealexperiment) eine interessante Beobachtung machen:

Die *gemessene* Leitfähigkeit ist ziemlich genau doppelt so groß wie die für das Leitungsband *berechnete* Leitfähigkeit!

Aha! Alles klar? Wir müssen natürlich jetzt auch die *Leitfähigkeit im Valenzband* betrachten!

Löcher und die Leitfähigkeit des Valenzbandes

Ein *voll besetztes* Valenzband hat die Leitfähigkeit *null*. So viel ist sicher.

Das Valenzband ist aber nicht mehr voll besetzt, falls Elektronen im Leitungsband sitzen. Für jedes Elektron im Leitungsband fehlt eines im Valenzband; wir haben die freien Plätze bereits früher **Löcher** genannt.

Das bedeutet jetzt aber, daß für jedes Elektron im Leitungsband jetzt auch genau ein Elektron im Valenzband seinen Zustand ändern kann, indem es in ein benachbartes Loch "springt".

Das ist formal sehr ähnlich zum Leerstellendiffusionsmechanismus, nur daß die Löcher jetzt nicht nur Löcher im Ortsraum sind (wie die Leerstellen), sondern auch (und das ist wichtiger) im k -Raum bzw. Zustandsraum.

Hier nehmen wir einfach zur Kenntnis, daß es auch im Valenzband genau n_L Ladungsträger gibt, die auf äußere Kräfte reagieren können.

Ob wir diese *Ladungsträger* "*negativ geladene Elektronen, die in ein Loch hüpfen können*" nennen oder "*positiv geladenen Löcher*", ist Geschmackssache.

Ob wir dann sagen, daß sich unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes eine ganze Kaskade, ein ganzes irgendwie korreliertes Ensemble von (negativ geladenen) Elektronen via Löcher zum Pluspol bewegt, *oder* die individuellen positiv geladenen Löcher zum Minuspol, ist ebenfalls Geschmackssache.

- Weiterhin gibt es **keinen** Grund, warum die Elektronen im Valenzband ganz andere Beweglichkeiten haben sollten als die im Leitungsband – alle Elektronen stoßen sich schließlich mit denselben Phononen oder Defekten. Die Lochfetischisten schließen daraus, daß die Beweglichkeit der Löcher (und damit auch ihre Masse) dieselbe ist wie die der Elektronen im Valenzband.

In vornehmen Kreisen ist unbestritten, daß guter Geschmack die unauffällige Eleganz präferiert, das anscheinend Einfache. Das sind hier ganz klar die Löcher, wir werden also ab sofort folgende Aussage verinnerlichen und anwenden:

**Die freien Plätze im Valenzband heißen Löcher.
Löcher benehmen sich im Kristall für alle
praktischen Zwecke wie
positiv geladene Elektronen.**

Damit ist klar: Die Leitfähigkeit des Valenzbandes σ_V ist in intrinsischen Halbleitern ungefähr gleich groß wie σ_L , die Leitfähigkeit im Leitungsband. Die gesamte Leitfähigkeit σ des **intrinsischen** Halbleiterkristalls wird damit

$$\sigma = \sigma_L + \sigma_V = e \cdot n_L \cdot \mu_L + e \cdot n_V \cdot \mu_V \approx 2\sigma_L$$

Darstellung der Stromleitung im Banddiagramm

Im Banddiagramm läßt sich die Stromleitung, d.h. der Transport elektrischer Ladungen von hier nach da, sehr gut und einleuchtend darstellen.

- Um elektrische Ströme zu erhalten, brauchen wir ein **elektrisches Feld E** , bzw eine **Spannung U** , bzw. eine Potentialdifferenz ΔV zwischen hier und da. Falls wir "da" erden, ist $\Delta V = V$.
- Wir ersparen uns hier den üblichen Krampf mit den limitierten Buchstaben und benutzen den Buchstaben **E** auch für das elektrische Feld - aber dann in Magenta!

Bleiben wir eindimensional wie auch sonst, haben wir nun ein Stück Halbleiter mit verschiedenem elektrischem Potential bei $x = 0$ und $x = L$.

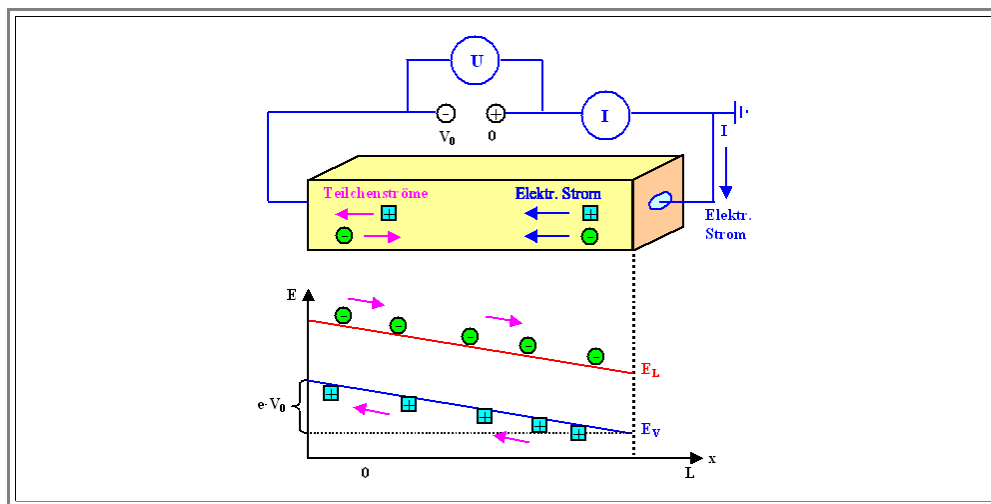
- Im Banddiagramm betrachten wir die Energie der Elektronen im Kristall. Was bedeutet es, wenn jetzt ein elektrisches Potential $V(x)$ vorliegt?
- Ganz einfach: Wir müssen zu der aus den Bindungen im Kristall kommenden Energie E , die wir bisher ausschließlich betrachtet haben, noch die elektrostatische Energie $-e \cdot V(x)$ addieren, und erhalten jetzt eine **ortsabhängige** Energie $E(x)$.
- Denn das elektrische Potential mal der betrachteten Ladung gibt ja gerade die potentielle Energie dieser Ladung in dem zu V gehörenden elektrischem Feld an.

Den Zusammenhang zwischen Ladungen $\rho(x,y,z)$, elektrischem Potential $V(x,y,z)$ und elektrischem Feld $E(x,y,z)$ gibt dabei **immer** die **Poisson-Gleichung**

$$-\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

Aber das müssen wir hier gar nicht so genau wissen. Wir betrachten einfach ein Stück Halbleiter, an dessen einen Ende ($x = 0$) das elektrische Potential den Wert $V(0) = -V_0$ hat, während das andere Ende ($x = L$) geerdet ist, d.h. $V(L) = 0$. Die Maßeinheit ist natürlich Volt.

- Damit ergibt sich ein Banddiagramm, das wir erst mal zur Kenntnis nehmen und dann besprechen. (In der Abbildung fehlt an der Spannungsquelle das Minuszeichen vor dem V_0 .)



Das Bild zeigt eine Fülle von Einzelheiten, die wir jetzt im Detail besprechen:

- Im oberen Teil ist perspektivisch das **Material** gezeigt – mit den elektrischen Kontakten und dem Stromkreis. Man sollte niemals ein **Banddiagramm** und eine **Darstellung im Ortsraum** verwechseln – auch wenn auf einer hohen Abstraktionsebene beides nur noch ein Rechteck ist.
- Eingezeichnet ist ebenfalls, wie sich negativ und positiv geladene Teilchen bewegen werden. Wichtig dabei ist, daß, trotz unterschiedlicher **Teilchenstromrichtung**, beide Ladungen dieselbe **elektrische Stromrichtung** ergeben.
- Weiterhin ist klar, daß bei konstanter Leitfähigkeit der Spannungsabfall im Material linear erfolgt. Dies bedeutet, daß das **lokale elektrische Potential $V(x)$** linear von $-V_0$ auf 0 ansteigt.

Damit kann man das Banddiagramm zeichnen:

- Links sind Valenz- und Leitungsband um $e \cdot V_0$ angehoben; rechts ist alles beim alten. Dazwischen nimmt die Energieanhebung linear ab – wie gezeichnet.
- Warum nimmt die Energie ab? Es war doch gerade gesagt worden, daß das Potential ansteigt.
- Nach wie vor betrachten wir die Energie von Elektronen in den beiden Bändern – man erhält sie immer durch **Addition** der "Kristallenergie" und des lokal vorliegenden elektrostatischen Potentials, und bei letzterem ist die negative Ladung des Elektrons relevant; dadurch verläuft die Energie entgegengesetzt zum Potential.

Wir haben damit eine fundamentale Sache eingeführt, die sogenannte **Bandverbiegung**. So nennen wir es, wenn Leitungs- und Valenzband nicht exakt horizontal verlaufen.

- Gleichzeitig erkennen wir eine **fundamentale Regel**: Bandverbiegungen sind **immer** mit **elektrischen Feldern** im Material gekoppelt.
- Denn ein elektrisches Feld ist schlicht der Gradient des elektrischen Potentials, und ohne Gradient im Potential gibt es keine Bandverbiegung.

Rein graphisch wird schon anschaulich, was nun geschieht: Die Elektronen im Leitungsband werden sich zur tiefsten Energie begeben – sie laufen in einem Energiediagramm immer **bergab**. Da sie beweglich sind, wird das auch geschehen.

- Die **Elektronen** im Valenzband werden sich auch zur tiefsten Energie begeben. Da aber nur ein kleiner Teil beweglich ist – die mit einem Loch als Nachbar – laufen die **Löcher** entgegengesetzt, immer den Energieberg **hinauf**. Das ist eingezeichnet.

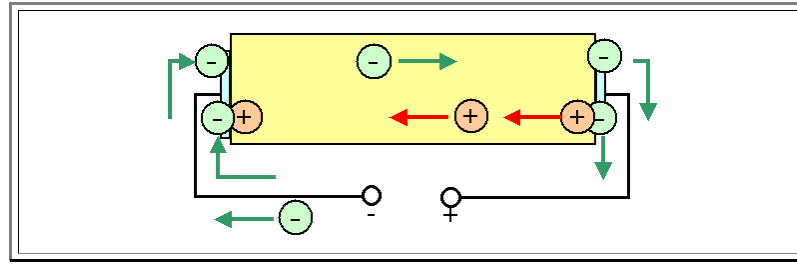
Wir sehen also auch im Banddiagramm, daß jetzt Ladungen fließen. Wir sehen es sogar viel anschaulicher als im Ortsraum. Wo aber liegt nun die Fermienergie? **Sie ist nicht eingezeichnet**!?

- Das hat einen einfachen, aber **sehr wichtigen** Grund: **Es gibt im strengen Sinn keine Fermienergie mehr** – denn wir haben nicht mehr **Gleichgewicht**: **Mit Stromfluß** haben wir **Ungleichgewicht**.
- Denn Stromfluß bedeutet immer Ungleichgewicht oder Nicht-Gleichgewicht. Es gibt zeitliche Änderungen von Systemparametern: Der Halbleiter wird warm, in der Batterie ändert sich die chemische Zusammensetzung, usw.
- Die Fermienergie war aber nur für **Gleichgewicht** definiert; sie existiert nicht für Nicht-Gleichgewicht.

Ein letzter Punkt: Das Banddiagramm zeigt **nicht**, was mit den Elektronen und Löchern geschieht, wenn sie bei ihrer Berg- und Talfahrt an das Ende des Kristall gelangen.

- Wir wissen aber, was geschehen muß: Die Spannungsquelle ist eine **Ladungspumpe**, sie befördert die Elektronen, die bei $x = L$ ankommen, durch den äußeren Stromkreis wieder zurück nach $x = 0$.
- Löcher allerdings, kann die Spannungsquelle **nicht** durch einen Metalldraht pumpen. Sie wird deshalb bei $x = 0$ Elektronen ins Valenzband geben, die mit den Löchern rekombinieren, und bei $x = L$ diese Elektronen herausnehmen, d.h. Löcher injizieren. (Das mag hier noch ziemlich seltsam erscheinen, wir werden diese Prozesse aber irgendwann besser verstehen.)

- Die Zeichnung zeigt die Ströme im Halbleiter und im Draht; die Pfeile geben dabei die Bewegungsrichtung der Teilchen an, nicht die technische Stromrichtung. Für Löcher sind beide Richtungen identisch, für Elektronen sind sie umgekehrt.



Wir haben jetzt einen ersten Eindruck bekommen, wie man mit Banddiagrammen arbeiten kann. Wer testen möchte, wie weit er das verstanden hat, versucht mal, sich die folgende Frage zu beantworten, bevor die Lösung angeklickt wird:

- Was passiert im Banddiagramm, wenn wir wie oben eine Spannung anlegen, aber die Kontaktelektroden mit einer "unendlich dünnen" isolierenden Schicht überziehen?
- Das bedeutet, wir haben zwar den Potentialunterschied zwischen $x = 0$ und $x = L$, aber Stromfluß kann dank der Isolierschicht *nicht* stattfinden.

Die [Antwort](#) auf diese Frage findet sich in einem eigenen Modul, das man unbedingt konsultieren sollte

Zu diesem Abschnitt gibt es derzeit weder eine Übungsaufgabe noch schnelle Fragen.