

Löcher

Was genau ist ein Loch?

Illustration

Ein unbesetzter Zustand? Das allein kann es nicht sein, denn dann wäre ein völlig leeres Leitungsband (und alle Bänder darüber) voller Löcher - und das kann man zwar postulieren, es ist aber nicht immer sinnvoll. Denn diese "Löcher" können genausowenig Strom tragen wie ein vollbesetztes Valenzband - es braucht letztlich eben doch Elektronen damit Löcher "existent" werden.

Luftblasen *im* Wasser sind gut definierte Objekte, die Luft über dem Wasser auch - aber sie als Agglomerat von Luftblasen zu betrachten führt nicht sehr weit: Irgendwie gehört das Wasser *auch* zur Definition einer Blase.

Ähnlich hier. Zur Definition von Löchern gehören die Elektronen genauso wie das Wasser zur Definition von Luftblasen.

Aber man muß sich eigentlich wenig "tiefe" Gedanken machen. In der Regel kann man mit Löchern ziemlich sorglos umgehen. Hier einige formale Punkte:

Der **Wellenvektor** \underline{k}_h eines Loches ist gleich dem negativen Wellenvektor \underline{k}_e des fehlenden Elektrons

$$\underline{k}_h = - \underline{k}_e$$

\underline{k}_h ist schlicht die Summe der Wellenvektoren der im Band verbliebenen Elektronen; ohne Loch wäre sie Null. Wir schreiben also die Kollektiveigenschaft der Elektronen im fast vollbesetzten Band dem Loch zu.

Die **Energie** $E_h(\underline{k}_h)$ des Loches als Funktion seines Wellenvektors ist gleich der *negativen* Energie $E_e(\underline{k}_e)$ des fehlenden Elektrons

$$E_h(\underline{k}_h) = - E_e(\underline{k}_e)$$

Auch das ergibt sich wieder aus der Gesamtenergiebetrachtung der verbleibenden Elektronen. Entfernt man ein Elektron aus dem Band, muß man Arbeit *hineinstecken* (negatives Vorzeichen), diese Energie schreiben wir dem Loch zu.

Die **Geschwindigkeit** \underline{v}_h , mit der sich ein Loch bewegt, ist *gleich* der Geschwindigkeit des "fehlenden" Elektrons (die Anführungszeichen sollen das logische Problem andeuten). Das ist ein bißchen unklar (denn z.B. sollte ja wohl das Vorzeichen in einem elektrischen Feld umgekehrt sein); aber das klärt sich im nächsten Punkt.

Dahinter steckt eine Definition der Geschwindigkeit als *Gradient der Dispersionkurve* $\underline{v}_h = \nabla E_h(\underline{k})$ die wir hier nicht eingeführt haben, die aber in der "höheren" Festkörperphysik sinnvoll und notwendig ist.

Die **Masse** eines Loches m_h ist das *negative* der Elektronenmasse m_e

$$m_h = - m_e$$

Damit sind die obigen Problem gelöst - ein Loch läuft nicht in Richtung der wirkenden Kraft, sondern entgegengesetzt!

Diese etwas verrückt erscheinende Eigenschaft folgt aus einer mehr formalen Definition der Masse, in der ein Elektron *im Kristall* wie ein freies Elektron *im Vakuum* behandelt wird, wobei die Wechselwirkung mit dem Kristall formal der Masse zugeschrieben wird.

Beschleunigen wir beispielsweise ein Elektron mit einem Wellenvektor dicht an der Brillouinzone (**BZ**) so, daß es seinen Wellenvektor in Richtung **BZ** verschiebt, wird es irgendwann gebeugt - und dann läuft es zurück, entgegengesetzt zur wirkenden Kraft! Das Elektron *im Kristall* benimmt sich dann so wie ein *freies* Elektron mit einer *negative Masse*. Diese rein formale Art der Darstellung hat viele Vorteile und wird in der "höheren" Festkörperphysik (global wenn nicht sogar universell) für Elektronen und Löcher verwendet.

Setzen wir die bisherigen Beziehungen in Bewegungsgleichungen mit elektromagnetischen Kräften ein, ergibt sich Konsistenz *nur*, falls ein Loch eine **positive Elementarladung** besitzt.

Damit können Löcher **elektrischen Strom** tragen, die elektrische Stromrichtung ist *in* Bewegungsrichtung der Löcher.

Gibt es Löcherleitung in Metallen

➤ Kann der Stromtransport in Metallen auch durch "richtige" Löcher erfolgen?

- Bisher haben wir ohne groß darüber nachzudenken immer Stromleitung durch Elektronen angenommen. Schließlich ist es die Definition eines Metalls, daß es jede Menge freie Elektronen an der Fermikante gibt.
- Aber: Manche Metalle sind Metalle weil sich Valenz- und Leitungsband überlappen. Dieser Überlapp muß nicht überall im k -Raum stattfinden; es reicht ein Überlapp an einer Stelle. Am Valenzbandmaximum können sich dann durchaus viele Löcher befinden.
- Bei bestimmten Bandstrukturen ist es dann möglich, daß in bestimmten Richtungen des reziproken Gitters die Löcherleitung überwiegt.

➤ Richtig merken wird man es aber nur in Einkristallen, in denen sich solche Anisotropieeffekte nicht wegmitteln.

- Und dann findet man auch Löcherleitung - z.B. in **Al** - eindeutig nachgewiesen durch das [Vorzeichen des Hall-Effekts](#).

Symmetrie von Elektronen im Leitungsband - Löcher im Valenzband

➤ Ist das eine perfekte Symmetrie? Gibt es für alles, was Elektronen im Leitungsband so treiben, das genaue Äquivalent der Löcher im Valenzband?

- Meistens - aber nicht immer. Denn man kann zwar ein Loch generieren, indem man ein real vorhandene Elektron aus einer Bindung (= Valenzband) entfernt (= ins Leitungsband befördert), aber man kann kein Elektron generieren, indem man ein Loch aus dem Leitungsband entfernt und ins Valenzband befördert.

➤ Am besten sieht man das bei den **Exzitonen**; eines der viele Quasiteilchen der Festkörperphysik.

- Ein **Exziton** ist ein gebundenes Elektron-Loch Paar. Man kann sich die Entstehung leicht vorstellen: Bei der Generation eines Elektron-Loch Paares besteht am Anfang des Prozesses, bei *kleinen* Abständen der Partner, immer noch eine elektrostatische Anziehung. Die beiden Teilchen sind deshalb aneinander gebunden wie ein Elektron und ein Proton im Wasserstoffatom.
- Und genau wie beim Atom sind die möglichen Energizustände gequantelt; sie bilden eine Folge von Niveaus *dicht unterhalb des Leitungsbandes*. Die Leitungsbandkante wirkt für Kristallelektronen energetisch wie das Vakuumniveau für Elektronen in einem Atom.
- Bei der Generation eines Elektron-Loch Paares durchläuft das Elektron all diese Zustände bevor es schließlich im Kontinuum des Leitungsbandes landet. Normalerweise merkt man nicht viel davon, da der Abstand der Exziton Niveaus vom Leitungsband sehr klein ist (die Ausnahme ist **GaP**, das Material der grünen Leuchtdioden, das nur durch [Exzitonen überhaupt "funktioniert"](#)).

➤ Dazu gibt es *kein Loch Äquivalent!* Denn man kann eben kein Loch vom Leitungsband ins Valenzband befördern und an ein Elektron binden, das im Leitungsband zurückbleibt.