

Solution to Exercise 2.2-2

Zahlenwert für Fermienergie

Gegeben ist die folgende Formel, sowie Zahlenwerte für die Elektrondichte aus der Lösung zu Aufgabe 2.1-2:

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(3\pi^2 \cdot n_e \right)^{2/3}$$

Atom	Density [kg · m ⁻³]	Atomic weight × 1,66 · 10 ⁻²⁷ kg	Conductivity σ × 10 ⁵ [Ω ⁻¹ · m ⁻¹]	No. Atoms [m ⁻³] × 10 ²⁸
Na	970	23	2,4	2,54
Cu	8.920	64	5,9	8,40
Au	19.300	197	4,5	5,90

Die notwendigen Konstanten finden sich in jedem Buch oder in den [Modulen](#) von MaWi I. Wir nehmen

- $\hbar = 4.13 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ und bekommen sofort

$$E_F = 1.07 \cdot \left(n_e \right)^{2/3} \text{ eV}^2/\text{J}$$

- Die Einheit **eV²/J** gilt falls wir die Dichte in **m⁻³** angeben. Nun sind zwar **eV** und **J** beides Energiemaßeinheiten, aber sie kürzen sich deshalb noch lange nicht weg, sondern wir haben **1 J = 6.24 · 10¹⁸ eV**. Eingesetzt bekommen wir

$$E_F = 2.72 \cdot 10^{19} \left(\cdot n_e \right)^{2/3} \text{ eV}$$

Mit den Dichtewerten von oben (d.h. für ein freies Elektron pro Atom) erhalten wir

$$E_F = \begin{array}{ll} 2.34 \text{ eV} & \text{für Na} \\ 5.19 \text{ eV} & \text{für Cu} \\ 4.10 \text{ eV} & \text{für Au} \end{array}$$

Das sieht doch ganz vernünftig aus. Nur, was bedeuten die Zahlen?

- Einfach: Im Bereich von wenigen **eV** oberhalb unseres Energienullpunktes ist genug "Platz" um ziemlich viele Elektronen unterzubringen!
- Wenn man die zugehörige [Zeichnung](#) anschaut, und dann unterstellt, dass unser Nullpunkt irgendwo im Bereich der Energieniveaus der "obersten" Elektronen des jeweiligen Atoms sitzen wird, besagt das Ergebnis ganz einfach, dass in den mindesten ca. **5 eV** (d.h. der [Ionisationsenergie der Atome](#)) bis zur [Vakuumergie](#), genügend "Platz" ist für alle freien Elektronen.
- Das ist nicht selbstverständlich, wenn man bedenkt, was für Näherungen wir gemacht haben. Es wäre ja auch nicht besonders verwunderlich gewesen, wenn sich sehr viel größere Werte ergeben hätten. Das hätte dann bedeutet, dass einige der freien Elektronen energetisch gar keinen Platz im Kristall gefunden hätten, sie wären sozusagen aus dem Kristall "herausgefallen".
- Damit zeigt sich in dieser simplen Aufgabe schon, dass das freie Elektronengasmodell gar nicht so schlecht ist.