# Lösungen zu Blatt 6

**Aufgabe 20**: Burgersvektor

a) Stufenversetzung

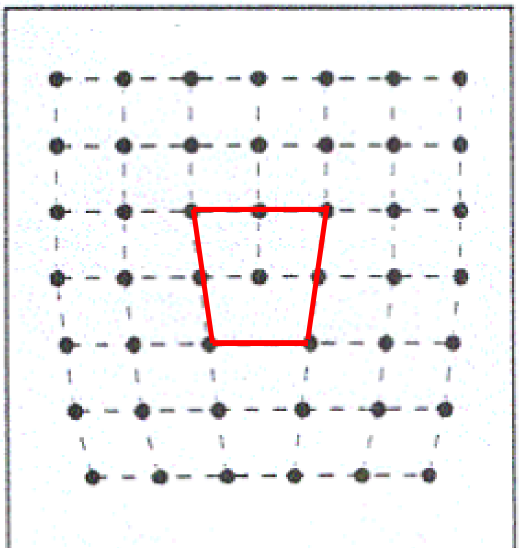


Bild 9a

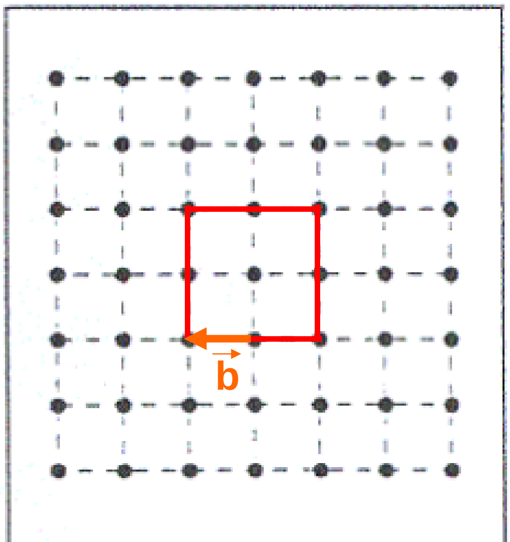




Bild 9b

b) Schraubenversetzung

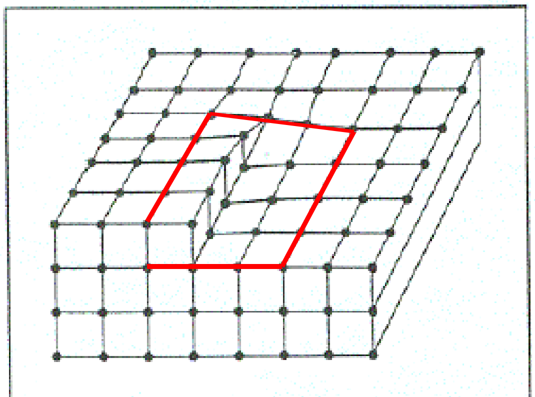


Bild 10a

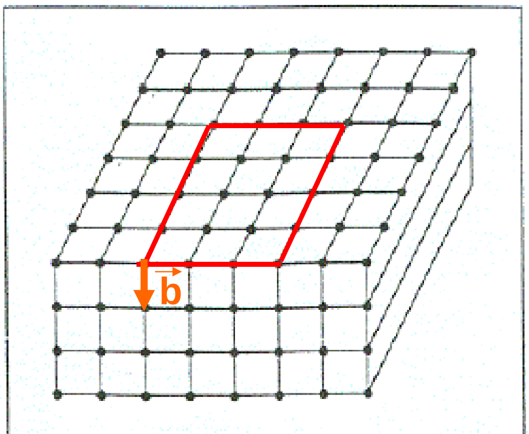




Bild 10b

**Aufgabe 21**: Erzeugung von Versetzungen

Zur Illustration: Alle drei Vektoren ($\vec{b}$, $\vec{b_1}$, $\vec{b_2}$) liegen in der [111] Ebene. Da der Vektor [hkl] senkrecht auf der [hkl]-Ebene steht.
Also:

$$\begin{aligned}
\vec{b}\cdot[111] &= \frac{|\vec{a}|}{2}[10\bar{1}]\cdot[111] &&= 0 \Rightarrow [10\bar{1}]\perp[111]\\
\vec{b_1}\cdot[111] &= \frac{|\vec{a}|}{2}[11\bar{2}]\cdot[111] &&= 0 \Rightarrow [11\bar{2}]\perp[111]\\
\vec{b_2}\cdot[111] &= \frac{|\vec{a}|}{2}[2\bar{1}\bar{1}]\cdot[111] &&= 0 \Rightarrow [2\bar{1}\bar{1}]\perp[111]
\end{aligned}$$

a) Zunahme der inneren Energie

$$\vec{b} = \frac{|\vec{a}|}{2}[10\bar{1}] \qquad \text{ist gleichbedeutend dem Vektor: } \frac{|\vec{a}|}{2}\begin{pmatrix} 1\\ 0\\ -1\end{pmatrix}$$

$$W \propto |\vec{b}|^2, \text{was auch als } W \propto \vec{b}^2 \text{ ausgedrückt werden kann}$$

$$\text{also:} \qquad \left(\frac{|\vec{a}|}{2}[10\bar{1}]\right)^2 = \frac{|\vec{a}|^2}{4}(1+0+1) = \frac{|\vec{a}|^2}{2} \propto W$$

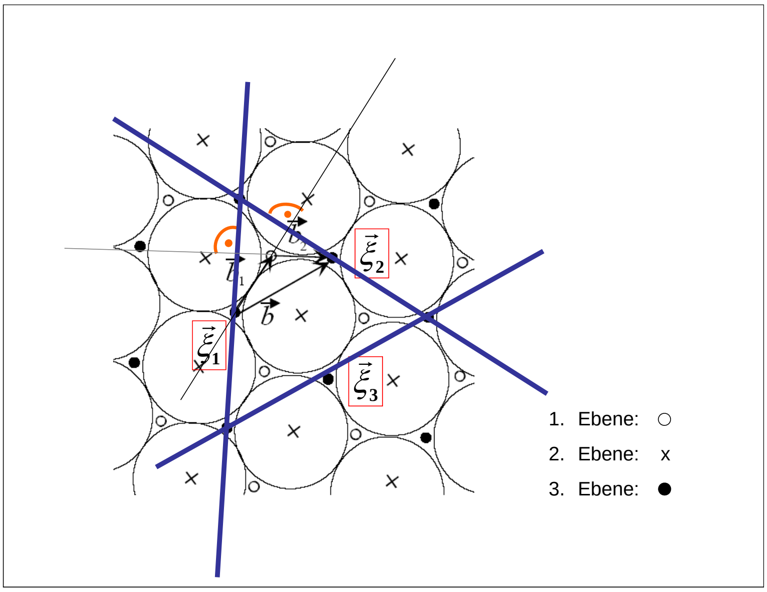
$$\begin{aligned}
\vec{b_1} &= \frac{|\vec{a}|}{6}[11\bar{2}]\\
\vec{b_1}^2 &= \frac{|\vec{a}|^2}{36}(1+1+4) &&= \frac{|\vec{a}|^2}{6} \propto W_{b_1}\\
\vec{b_2} &= \frac{|\vec{a}|}{6}[2\bar{1}\bar{1}]\\
\vec{b_2}^2 &= \frac{|\vec{a}|^2}{36}(4+1+1) &&= \frac{|\vec{a}|^2}{6} \propto W_{b_2}
\end{aligned}$$

Es ergibt sich also: $W_{b_1} + W_{b_2} = \frac{|\vec{a}|^2}{3} < W_b = \frac{|\vec{a}|^2}{2}$

b) Versetzungslinie

Wären noch andere Atome als „•“ beteiligt, so wechselte die Versetzung die Gleitebene. Gleitung innerhalb der (111)-Ebene kann nur über die Atome „•“ gehen.

c) Linienrichtungen




Es gibt genau drei mögliche Linienvektoren, da es aufgrund der Symmetrie der $\{111\}$-Ebene eines fcc-Kristalls nur drei mögliche Richtungen für den Burgersvektor $\vec{b}$ gibt. Jedes Atom hat in dieser Ebene 6 Nachbaratome, doch ein Burgersvektor kann zwei erfassen (+ und -).

d) Bestimmung der Winkel

$$\sphericalangle(\vec{b_1}, \xi_3), \qquad \vec{\xi_3}||\vec{b_1} \qquad \Rightarrow \qquad \sphericalangle(\vec{b_1}, \vec{\xi_3}) = \sphericalangle(\vec{b_1}, \vec{b})$$

$$\sphericalangle(\vec{b_1}, \vec{b}) = \arccos\left(\frac{\vec{b_1} \cdot \vec{b}}{|\vec{b_1}||\vec{b}|}\right)$$

Schritt für Schritt:

$$\vec{b_1} \cdot \vec{b} = \frac{|\vec{a}|}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \frac{|\vec{a}|}{6}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \frac{|\vec{a}|^2}{12}(1+0+2) = \frac{|\vec{a}|^2}{4}$$

$$|\vec{b_1}| = \sqrt{\frac{|\vec{a}|^2}{36}(1+1+4)} = \frac{|\vec{a}|}{\sqrt{6}}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{\frac{|\vec{a}|^2}{4}(1+0+1)} = \frac{|\vec{a}|}{\sqrt{2}}$$

$$\sphericalangle(\vec{b_1}, \vec{b}) = \arccos\left(\frac{\vec{b_1} \cdot \vec{b}}{|\vec{b_1}||\vec{b}|}\right) = \arccos\frac{|\vec{a}|^2\sqrt{12}}{4|\vec{a}||\vec{a}|} = \arccos\sqrt{\frac{3}{4}} = 30°$$

Es braucht nur dieser Winkel berechnet zu werden. Die anderen ergeben sich dann. Die rechten Winkel sind in der vorigen Abbildung mit eingezeichnet.

$$\begin{aligned}
\sphericalangle(\vec{b_1}, \xi_3) &= 30^\circ \\
\sphericalangle(\vec{b}, \xi_3) &= 0^\circ && \rightarrow \text{Schraubenversetzung} \\
\sphericalangle(\vec{b_2}, \xi_3) &= 30^\circ \\
\\
\sphericalangle(\vec{b_1}, \xi_2) &= 90^\circ && \rightarrow \text{Stufenversetzung} \\
\sphericalangle(\vec{b}, \xi_2) &= 60^\circ \\
\sphericalangle(\vec{b_2}, \xi_3) &= 30^\circ \\
\\
\sphericalangle(\vec{b_1}, \xi_1) &= 30^\circ \\
\sphericalangle(\vec{b}, \xi_1) &= 60^\circ \\
\sphericalangle(\vec{b_2}, \xi_1) &= 90^\circ && \rightarrow \text{Stufenversetzung}
\end{aligned} \tag{1}$$

e) Gitterderfekt
Hierbei handelt es sich um einen Stapelfehler.