

Lösungen zur Übung 2.1-1:

Wie groß sind Atome?

Illustration

1. Wie oft muß man die Demokritsche Gedankenoperation ausführen?

- Man müßte die Gedankenoperation etwa 80-mal ausführen, denn:
- Da ein Atom einen Durchmesser von ca. 10^{-10} m hat, müßte man ca. 10^8 Atome aneinanderreihen, um eine Kette von 1 cm Länge zu erhalten. Für einen massiven Würfel mit einer Kantenlänge von 1 cm benötigt man also ca. 10^{24} Atome. Von einem Atom ausgehend, gilt für die Anzahl N der Schritte, mit der wir die Atomanzahl verdoppeln müssen, um den gesamten Würfel aufzubauen:
- $2^N = 10^{24}$ oder
 $N = 24 \ln(10) / \ln(2) = 79,73$

2. Wie groß müßte ein Atommodell sein, bei dem der Atomkern ca. 1 cm durchmißt?

- Das Atommodell müßte einen Durchmesser D von 1 km haben, denn das Verhältnis von Atomdurchmesser zu Atomkerndurchmesser beträgt:
- 10^{-10} m : 10^{-15} m = 10^3 m : 10^{-2} m.

3. Wieviele Atome passen in einen Würfel mit der Kantenlänge 10 nm oder 100 nm?

- Kantenlänge 10 nm:**
Volumen des Würfels: $V_W = (10 \text{ nm})^3 = 10^{-24} \text{ m}^3$
Volumen eines Atoms: $V_A = (4/3) \cdot \pi \cdot r^3$,
mit $r = 1/2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
 $V_A = 4/3 \cdot 1/8 \cdot \pi \cdot 10^{-30} \text{ m}^3 = 5,23 \cdot 10^{-31} \text{ m}^3 = 5,23 \cdot 10^{-22} \text{ mm}^3$
- Da Atome nicht eckig sind und somit ein gegebenes Volumen wie einen Würfel nicht vollständig ausfüllen, ist die Packungsdichte P , die von der jeweiligen Kristallstruktur bestimmt wird, mit zu berücksichtigen. Hierbei gilt:
 P = Volumen der Atome im Würfel/Würfelvolumen
- Wir erhalten damit für die gesuchte Zahl N
 $N \cdot V_A = P \cdot V_W$, oder
 $N = P \cdot V_W/V_A$, mit dem Ergebnis
- $N = 1,9 \cdot 10^6$ für $P = 100\%$ (Eigentlich unmöglich, da Atome nicht eckig...)
 $N = 1,4 \cdot 10^6$ für $P = 74\%$ (Kubisch flächenzentriert)
 $N = 1,3 \cdot 10^6$ für $P = 68\%$ (Kubisch raumzentriert)
 $N = 0,99 \cdot 10^6$ für $P = 52\%$ (Kubisch primitiv)
- ziemlich viel Atome für so ein kleines Volumen!
- Bei einer Kantenlänge von 100 nm erhalten wir dieselben Werte multipliziert mit 1 000, denn das Würfelvolumen ist jetzt 1000 mal größer.

4. Wieviel Fe - Atome auf der Oberfläche eines quadratischen Si - Kristalls (Kantenlänge 1cm und Dicke 1 mm; das ist ein Stück eines Wafers für die Mikroelektronik) reichen aus, um nach Eindiffusion ins Volumen (gleichförmige Verteilung angenommen), die kritische (für Chips) Konzentration von ca. 10^{12} cm^{-3} zu erreichen? Wie groß ist diese Konzentration in % der Konzentration der Si - Atome an der Oberfläche (in cm^{-2})?

- Berechnung der Anzahl der benötigten Eisenatome:**
Volumen des Si-Kristalls: $V_{\text{Si}} = 0,1 \text{ cm}^3$
Die kritische Konzentration ist $K_{\text{crit}} = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, daraus folgt für die Zahl der Eisenatome N_{Fe}
 $N_{\text{Fe}}/V_{\text{Si}} = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, oder
 $N_{\text{Fe}} = 10^{12} \text{ cm}^{-3} \cdot 0,1 \text{ cm}^3 = 10^{11}$
Somit reichen 10^{11} Eisenatome aus, um die kritische Konzentration zu erreichen.
- Berechnung der Oberflächenkonzentrationen:**
Oberfläche O des Si-Kristalls:
 $O = 2 \text{ cm}^2$.
Die Oberflächendichte D_{Fe} der Eisenatome beträgt somit:
 $D_{\text{Fe}} = N_{\text{Fe}}/O = 10^{11}/2 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$.

- Da die Gitterkonstante von Silizium $a = 0,357 \text{ nm}$ beträgt, und Silizium eine 2-atomige Basis aufweist, sitzt auf der Oberfläche O des Kristalls folgende Anzahl N_{Si} an Si-Atomen:

$$N_{\text{Si}} = 2 \cdot (O/a^2)$$

$$= 4 \text{ cm}^2 / (0,357 \text{ nm})^2$$

$$N_{\text{Si}} = 3,1 \cdot 10^{14}$$

- Die Oberflächendichte D_{Si} der Siliziumatome beträgt somit:

$$D_{\text{Si}} = N_{\text{Si}}/O = 6,7 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}$$

- Es ergibt sich an der Oberfläche des Kristalls also folgendes Verhältnis G von Eisen- zu Siliziumatomen:

$$G \approx (N_{\text{Fe}}/N_{\text{Si}}) \text{ oder}$$

$$G \approx 7,4 \cdot 10^{-5} = 0,0074 \%$$

Das heißt: Falls nur **0,0074%** aller Oberflächenatome aus Eisen sind, ist der Chip anschließend kaputt.

- 5. Hochauflösende** Bilder der Elektronenmikroskopie sind typischerweise **18 cm x 14cm** groß und zeigen Atomreihen (senkrecht zur Bildebene) die als verschwommene Punkte mit Durchmessern von ca **1 mm** erscheinen, wobei alle Atome, die in einer Säule von ca. **30 nm** Dicke stecken, aufeinander projiziert werden - ein Beispiel ist im [Link](#) zu sehen. An den ca. **500** Mikroskopen die seit ca. **15** Jahren im weltweiten Einsatz sind, werden täglich ca. **10** Bilder produziert.

- Wieviel Atome wurden - ganz grob - damit weltweit bisher angeschaut?

- Ganz grob (d.h. ohne Berücksichtigung der Packungsdichte) wurden damit weltweit bisher **$2,57 \cdot 10^{14}$** Atome angeschaut, denn

$$N = 15 \cdot 356 \cdot 10 \cdot 500 \cdot (30 \text{ nm}/10^{-10} \text{ m}) \cdot [18 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm}] / (\pi(1/2 \text{ mm})^2)$$

$$N = 15 \cdot 356 \cdot 10 \cdot 500 \cdot (3 \cdot 10^{-8} \text{ m}/10^{-10} \text{ m}) \cdot (18 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot 14 \cdot 10^{-2} \text{ m}) / [(\pi \cdot (1/4) \cdot 10^{-6} \text{ m}^2)]$$

$$N = 2,57 \cdot 10^{14}$$

- 6.** Wie groß ist damit das bisher mit Elektronenmikroskopen untersuchte Volumen aller betrachteten Materialien?

- Das Volumen [eines Atoms](#) ist etwa $1/6\pi \cdot 10^{-30} \text{ m}^3 = 5,23 \cdot 10^{-22} \text{ mm}^3$.

- Das gesamte mit **Hochauflösung** untersuchte Volumen beläuft sich damit auf $V = 2,57 \cdot 10^{14} \cdot 5,23 \cdot 10^{-22} \text{ mm}^3 = 13,44 \cdot 10^{-8} \text{ mm}^3 = 134,4 \mu\text{m}^3$.

- Das ist nicht übertrieben viel, wenn man bedenkt welche allgemeinen Schlüsse Elektronenmikroskopiker aus ihren Beobachtungen gerne ziehen! Auch das mit kleinerer Auflösung untersuchte Volumen ist nicht besonders groß; es liegt im **cm³** Bereich.

- PS:** Zu recht heißt es:

- "Die schärfsten Kritiker der Elche waren früher selber welche"*
(Robert **Gernhardt**)

- Ich war auch mal Elektronenmikroskopiker.