Lösung zur Übung 9.1-1

Fermienergie in intrinsischen Halbleitern und Massenwirkungsgesetz

1. Zeige, dass für intrinsische Halbleiter die nachfolgende Gleichung gelten muss. Zeichne ein Banddiagramm mit dieser Fermienergie und einer passenden qualitativen Kurve der Fermiverteilung. Diskutiere, warum man das Ergebnis auch rein graphisch hätte erhalten können.

- Das ist einfach. Wir setzen die Ladungsträgerkonzentrationen gleich und erhalten:

$$
\begin{aligned}
N_{\text{eff}} \cdot \exp - \frac{E_L - E_F}{kT} &= N_{\text{eff}} \cdot \exp - \frac{E_F - E_V}{kT} \\
E_L - E_F &= E_F - E_V \\
E_F &= \frac{E_L + E_V}{2}
\end{aligned}
$$

- Damit liegt die Fermienergie in der Mitte der Bandlücke. *Achtung:* man macht gern den Fehler **½(E_L – E_V)** zu schreiben, weil man fast automatisch den Nullpunkt der Energieachse bei der Valenzbandkante annimmt. Das ist aber i. a. falsch. Selbst darüber nachdenken!
- Für die intrinsische Ladungsträgerdichte n_i erhält man damit

$$
n_i = N_{\text{eff}} \cdot \exp - \frac{E_L - E_V}{2kT} = N_{\text{eff}} \cdot \exp - \frac{E_G}{2kT}
$$

- Der zweite Teil der Frage ist im Rückgrat ausgeführt . Vor dem Nachschauen aber erst mal selbst nachdenken!

1. Leite das Massenwirkungsgesetz her. Gilt es nur für intrinsische Halbleiter? Was folgt für die Fermienergie, falls z.B. $n_e >> n_h$?

- Auch einfach: Wir multiplizieren die beiden Dichten:

$$
\begin{aligned}
n_e \cdot n_h &= N^2{}_{\text{eff}} \cdot \exp - \frac{E_L - E_F - E_F + E_V}{kT} \\
&= N^2{}_{\text{eff}} \cdot \exp - \frac{E_L + E_V}{kT} \\
&= n^2{}_i \qquad \text{da der Exponentialterm gerade } n^2{}_i \text{ darstellt.}
\end{aligned}
$$

Wir haben nirgends unterstellt, dass der Halbleiter intrinsisch ist. Das **MWG** gilt damit auch dann noch, wenn $n_e \neq n_h$ (also für dotierte Halbleiter)

- Wie ist das mit der Lage der Fermienergie, wenn die Ladungsträgerdichten ungleich sind? Bildet man den Quotienten aus den beiden Dichten erhält man nach kurzer Rechnung

$$
E_F = \frac{E_L + E_V}{2} + ½kT \cdot \ln \frac{n_e}{n_h}
$$

- Als Beispiel betrachten wir **$n_e = 100n_h$**. Mit **ln(100) = 4,60** und **kT_R = 1/40 eV** verschiebt sich die Fermienenergie also um **0,057 eV** aus der Bandmitte "nach oben" in Richtung Leitungsband.
- Damit haben wir auch schon den ersten Teil der Fragen "für Experten" gelöst: Man muss nur in obiger Gleichung die effektiven Zustandsdichten statt den Ladungsgträgerdichten einsetzen. Für den 2. Teil findet man alles was man braucht in diesem Link.