

9.5 Zusammenfassungen zu Kapitel 9

9.5.1 Merkpunkte zu Kapitel 9: Halbleiter

Die einfache Formel für die Ladungsträgerdichte (**effektive Zustandsdichten** und **Boltzmann-Näherung**) in **intrinsischen Halbleitern** ist ziemlich gut.

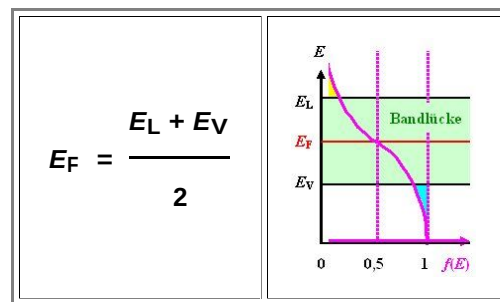
- Wir werden deshalb nur noch mit dieser Formel rechnen (bis wir eine noch einfacheren Formel haben werden). $\Rightarrow$
- Für die jetzt vertrauten **Löcher** ergeben sich (immer mit entsprechendem Vorzeichenwechsel) völlig symmetrische Beziehungen.

$$n_e \approx N_{\text{eff}} \cdot \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{k_B T}\right)$$

$$n_h \approx N_{\text{eff}} \cdot \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{k_B T}\right)$$

Die **Fermienergie** E_F für **intrinsische Halbleiter** folgt aus $n_e = n_h$ oder – allgemeiner – der notwendigen Ladungsneutralität.

- Die Fermienergie liegt in der Mitte der Bandlücke.
- Das lässt sich sowohl leicht errechnen, als auch graphisch sofort erkennen: Die "Zwickel" müssen gleich groß sein.
- Der gezeigte Fall, daß die "Zwickel" so weit in die Bänder hineinragen, entspricht der **Eigenleitung**; sie tritt bei Temperaturen auf, für die $4 k_B T \geq E_g$ gilt.



Löcher benehmen sich im wesentlichen wie **positiv geladene** Elektronen. Ihr Beitrag zur Leitfähigkeit ist damit $\Rightarrow$

- Löchern kann neben einer Dichte und einer pos. Ladung auch eine **Beweglichkeit** μ_h zugeordnet werden; sie ist ähnlich zu der der Elektronen.
- Während Elektronen, wenn sie können, energetisch tiefer sinken, steigen Löcher aber auf - wie Luftblasen im Wasser!

$$\sigma_h = +e \cdot n_h \cdot \mu_h$$

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_e + \sigma_h \approx 2\sigma_e$$

Das **Massenwirkungsgesetz** ergibt sich aus obigen Konzentrationsgleichungen; es ist sehr wichtig!

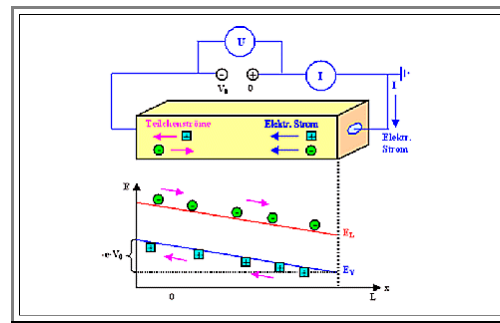
- Dabei ist $n_i = n_e = n_h$ die **intrinsische Ladungsträgerdichte** für ideal-perfekte Halbleiter, bei denen Elektronen- und Löcherkonzentration per definitionem gleich groß sind.
- n_i ist eine **Materialkonstante**, direkt verknüpft mit der **Energielücke** E_g .

$n_e \cdot n_h = n_i^2$			
Halbleiter	Ge	Si	GaAs
Energielücke [eV]	0,661	1,12	1,424
n_i (RT) [cm ⁻³]	$2 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^{10}$	$2,1 \cdot 10^6$

Legt man eine Spannung **U** an einen Halbleiter, addiert (oder, je nach Vorzeichen, subtrahiert) man die Energie **eU**.

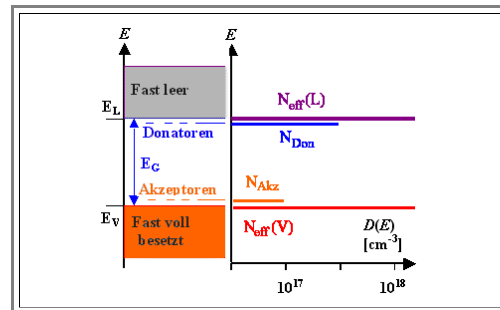
- Die Bandkanten rutschen entsprechend hoch oder tief

- Fällt die Spannung gleichmäßig über den Halbleiter ab, erhält man eine Bandverbiegung wie gezeigt. $\Rightarrow$
- Entscheidende Punkte sind:
 - Leitungs- und Valenzband sind "verbogen".
 - Grund: Zusätzliches elektrisches Potential.
 - Verbiegung=elektrisches Feld E .
 - Elektronen laufen abwärts, Löcher aufwärts.
 - Falls **Netto**strom, kein Gleichgewicht mehr.
 - Gründe für Bandverbiegungen sind: **Netto**ladungen irgendwo im System.



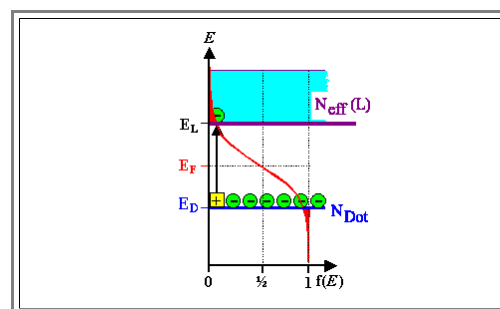
Dotieren=gezieltes Einbringen von Dotierstoffen (als substitutionelle Fremdatome) mit Elektronenzuständen in der Energielücke dicht an den Bandkanten.

- Donatoren** (in **Si** entweder **P** oder **As**) haben einen am Atom lokalisierten **besetzten** Zustand dicht unterhalb der Leitungsbandkante. Das dort "sitzende" Elektron kann leicht ins Leitungsband springen und ist dann frei **beweglich**. Zurück bleibt ein **ortsfestes** positiv geladenes **P⁺-Ion**.
- Akzeptoren** (in **Si** immer **B**) haben einen am Atom lokalisierten **unbesetzten** Zustand für Elektronen dicht **oberhalb** der Valenzbandkante. Elektronen aus dem Valenzband können leicht auf diesen Zustand springen und ihn besetzen. Wir haben insgesamt ein frei **bewegliches** Loch im Valenzband und ein negativ geladenes **ortsfestes B⁻-Ion**.



Entscheidend ist, wie immer, die Lage der Fermienergie.

- Bei n-Dotierung kommen für kleine T alle Elektronen in **L** von den Dotierniveaus; E_F muss zwischen Dotierniveau E_D und dem Leitungsband sitzen.
- Das gilt auch noch bei höheren Temperaturen: E_F ist in der Nähe des Dotierniveaus.
- Wir haben mit Dotieren sehr viel mehr Ladungsträger einer Sorte als im undotierten intrinsischen Halbleiter, bei dem beide Dichten gleich groß sind.



- Die Dichte n_{Maj} der **Majoritätsladungsträger** ist in **Si** bei **RT** in guter Näherung identisch zur Dichte der Dotieratome N_{Dot} .
- Die Dichte der **Minoritätsladungsträger** n_{Min} folgt aus dem **Massenwirkungsgesetz**.
- Donatoren: P und As** $\Rightarrow$ **n-Si**
 $\Rightarrow$ **Majoritäten** sind Elektronen im Leitungsband.
Minoritäten sind Löcher im Valenzband.
- Akzeptoren: Nur B** $\Rightarrow$ **p-Si**
 $\Rightarrow$ **Majoritäten** sind Löcher im Valenzband.
Minoritäten sind Elektronen im Leitungsband.

$$n_{Maj} = N_{Dot}$$

$$n_{Min}(T) = \frac{n_i^2(T)}{N_{Dot}}$$

Die Leitfähigkeit $\sigma = \sum_i q_i \cdot n_i \cdot \mu_i$ umfaßt die jetzt bekannten Ladungsträgerdichten n und deren Beweglichkeit μ

- Die in ihren Bändern beweglichen Elektronen und Löcher *diffundieren*, d. h. führen einen "random walk" aus, mit einer *Diffusionskonstante* D
- Diffusionskonstante und Beweglichkeit beschreiben beide "random walk", müssen also korreliert sein. Die Beziehung zwischen beiden heißt "*Einstein*-(Smoluchowski-)Beziehung".

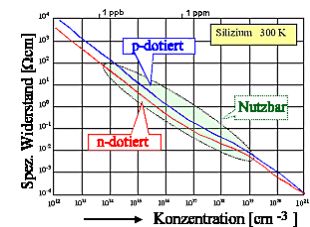
$$D = \frac{\mu \cdot k_B T}{e}$$

$$\mu = \frac{D \cdot e}{k_B T}$$

Einstein-Beziehung

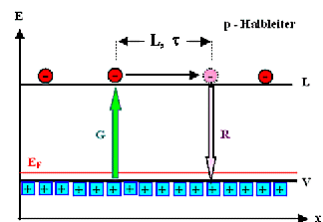
Beweglichkeiten sind an Stöße gekoppelt. Wichtige Stoßpartner waren "Phononen" (=thermische Gitterschwingungen) und Kristalldefekte.

- Dotieratome sind Defekte. Sie verringern damit die Beweglichkeit (und damit die Leitfähigkeit ein bißchen) aber erhöhen die Ladungsträgerdichte (und damit die Leitfähigkeit enorm)
- Der Gesamteffekt der Dotierung von **Si** bei **RT** ist in der Masterkuve gezeigt: $\Rightarrow$
- Die "Beulen" im ansonsten ziemlich linearen Verlauf kommen von der Änderung der Beweglichkeit mit N_{Dot} ; die Unterschiede zwischen **n**- und **p**-Dotierung stammen von verschiedenen Beweglichkeiten der Löcher und Elektronen.



Ladungsträger in den Bändern werden durch *Generation* erzeugt (immer thermisch, bei Beleuchtung auch durch Licht), laufen etwa eine Diffusionslänge weit per "random walk" durch den Kristall, und verschwinden wieder durch *Rekombination*.

- Beide Prozesse werden durch Raten beschrieben; Maßeinheit: $s^{-1}cm^{-3}$
 G =Generationsrate
 R =Rekombinationsrate
- Da im Gleichgewicht die Ladungsträgerdichte konstant ist, muss gelten: $G=R$ sowohl für Minoritäten, als auch für Majoritäten.



Von Interesse ist vor allem die Rekombinationsrate R_{Min} der Minoritäten, da Änderungen der Ladungsträgerdichte bei den Minoritäten sehr viel stärker "durchschlagen"

- Es gilt unmittelbar $\Rightarrow$
- Dabei ist τ die Minoritätsladungsträgerlebensdauer (kurz Lebensdauer); leicht zu visualisieren und mit der Diffusionslänge L gekoppelt durch $\Rightarrow$
- Daraus folgt die dritte wichtige Halbleitergleichung $\Rightarrow$

$$R = \frac{n_{\text{Min}}}{\tau}$$

$$L = (D \cdot \tau)^{1/2}$$

Im Gleichgewicht:

$$G=R = \frac{n_{\text{Min}}}{\tau}$$

Es gibt bezüglich der Rekombination zwei Arten von Halbleitern.

- **Direkte Halbleiter:** Rekombination ist leicht; die Überschussenergie produziert ein **Photon**, d.h. es wird Licht mit $h\nu = E_G$ emittiert. Direkte Halbleiter sind die Grundlage für die **Optoelektronik**.
- **Indirekte Halbleiter:** Rekombination ist schwer; die Überschussenergie produziert **Phononen**, d.h. es wird Wärme erzeugt. **Silizium ist ein indirekter Halbleiter.**

Direkte Halbleiter:

L und τ sind **klein**
(ungefähr **ns** / μm)

Prominente Vertreter: **GaAs**, **InP**, **GaN**.

Indirekte Halbleiter:

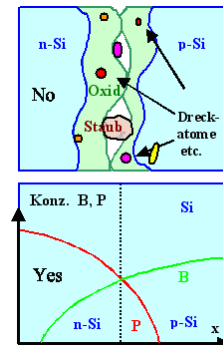
L und τ sind **groß** und stark defektabhängig

(ungefähr **$\mu\text{s} \dots \text{ms}$** / **500 μm**)

Prominente Vertreter: **Si**, **Ge**, **SiC**.

Kontakte oder "junctions" machen Bauelemente.

- Es gibt **kein** Halbleiterbauelement ohne Halbleiter-Metall-Kontakt und so gut wie keines ohne "**pn-Kontakt**".
- Kontakte bei Halbleiterbauelementen macht man nicht durch "kontaktieren" im Sinne von "Zusammendrücken", sondern durch (extrem trickreiche) Halbleitertechnologie.
- Ein **pn-Kontakt** liegt vor an der Stelle, an der die Akzeptor- und Donorkonzentration gleich groß ist.
- "**Ohmsche Kontakte**", die man immer braucht, sind idealerweise eigenschaftslos, d. h. sie lassen bei jeder Spannung und Polarität den vollen Strom durch. Sie sind aber oft recht schwer zu machen.

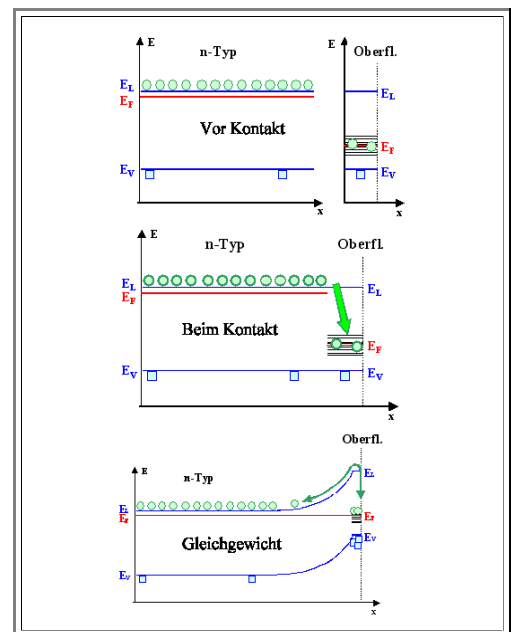


Links und rechts von einem Kontakt können vor Kontakt unterschiedliche Fermienergien vorliegen.

- $\Rightarrow$ Es gibt unterschiedliche Ladungsträgerkonzentrationen.
- $\Rightarrow$ Es gibt unterschiedliche Zustände in der Energielücke bei "homo"-Kontakten wie dem **Si pn-Übergang**.
- **Beispiel:** "Kontakt" **Si** mit der Oberfläche des **Si** Kristalls.

Es ist extrem wichtig, das Bild $\Rightarrow$ zu verstehen!

- Vor Kontakt: "Irgendwie" verschiedene **Si**-Varianten=verschiedene Zustände in der Energielücke=verschiedene Fermienergien.
- In der (Pico)sekunde nach (gedachtem) Kontakt fließen Elektronen auf jetzt verfügbare Zustände mit niedrigerer Energie (im Beispiel nach rechts zu den Oberflächenzuständen); Löcher laufen auf neu verfügbare (mit Elektronen besetzte) Plätze mit höherer Energie.
- In der Nähe des Kontakts herrscht keine Ladungsneutralität mehr. Im Beispiel lädt die Oberfläche sich negativ auf durch den Zustrom von Elektronen, die jetzt aber **auf** der Oberfläche lokalisiert sind.
- Im Volumen nahe der Oberfläche bleiben die ortsfesten positiv geladenen Donatoratome zurück; sie bilden eine **Raumladung** mit der Dichte N_D^+ .
- Dadurch entsteht ein **elektrisches Feld**, das die zur Oberfläche strebenden Elektronen zurücktreibt.
- Die rechte Seite des Banddiagramms geht deshalb energetisch "hoch", es entsteht eine **Bandverbiegung**.



Entscheidend ist das Banddiagramm für **Gleichgewicht**. Einige Definitionen dazu, die alle im Grunde dasselbe sagen:

- Gleichgewicht** liegt vor, sobald es genau so viel Energie kostet, gegen das Feld anzulaufen, wie man durch "Tieferfallen" an der Oberfläche gewinnen kann.
- Gleichgewicht** liegt vor, sobald energetisch nichts mehr zu gewinnen ist. $\Rightarrow$ Die Fermienergie ist überall dieselbe.
- Gleichgewicht** liegt vor, sobald der nach rechts fließende Elektronen**strom** genau so groß ist wie der zurückfließende Strom.
- Ströme fließen, weil es für Elektronen auf beiden Seiten eine Wahrscheinlichkeit $\exp[-\Delta E/(k_B T)]$ gibt, die **Energiebarriere** ΔE zur jeweils anderen Seite zu überwinden.

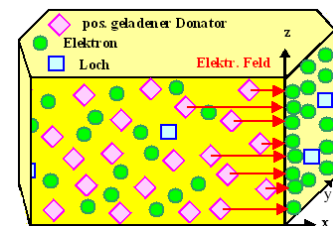
$\Leftarrow$ **Vollständig äquivalente Formulierungen**

Damit Rezept für Banddiagramm-Erstellung:

1. Zeichne die Fermienenergie als horizontale Linie; markiere den Kontakt.
2. Zeichne "weit" links vom Kontakt das Banddiagramm von Material 1, weit rechts das von Material 2 – immer relativ zu der bereits festgelegten Fermienergie.
3. Verbinde Leitungs- und Valenzband durch eine "gefühlsmäßig" gezeichnete Bandverbiegung.

Eine Darstellung im **Ortsraum** verdeutlicht das Konzept der **Raumladungszone**.

- Es gibt "Ladungen im Raum", da die ionisierten Dotieratome nicht beweglich sind und "ihre" Ladungsträger jetzt woanders sind.
- Das **elektrische Feld** beginnt und endet auf den jetzt separierten Ladungen.
- Wir haben unvermeidlich einen geladenen **Kondensator** mit der Kapazität **C_{RLZ}**.



Die Weite **d_{RLZ}** der Raumladungszone (**RLZ** oder "**SCR**" für "space charge region") ergibt sich sofort aus dem Kondensatormodell:

- Wir haben Fläche **F** und (mittleren) Abstand der "Kondensatorplatten" $= \frac{1}{2} d_{RLZ}$
- Der Potentialunterschied in Volt=anliegende **Spannung** ist $\Delta E_F / e$
- Die **Ladung** auf den Platten ist gleich der **Zahl** der ionisierten Dotieratome=gleich **Dichte** mal **Volumen** $= N_D \cdot V$ der positiv geladenen Donatorionen im Volumen $V = F \cdot d_{RLZ}$.
- Aus den beiden Gleichungen für die Unbekannten **d_{RLZ}** und **C_{RLZ}** folgt sofort die Weite der **RLZ** $\Rightarrow$

$$C_{RLZ} = \frac{2 \cdot \epsilon_{Si} \cdot \epsilon_0 \cdot F}{d_{RLZ}}$$

$$C_{RLZ} = \frac{Q}{U_K} = \frac{Q}{\Delta E_F / e}$$

$$= \frac{e^2 \cdot (N_D \cdot F \cdot d_{RLZ})}{\Delta E_F}$$

$$d_{RLZ} = \left(\frac{2 \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \Delta E_F}{e^2 \cdot N_D} \right)^{1/2}$$

Legt man zusätzlich zu der "eingebauten" Spannung oder **Kontaktspannung** $\Delta E_F / e$ noch eine externe Spannung U_{ex} an, muss die Gesamtspannung U in die Formel eingesetzt werden (Auf Vorzeichen aufpassen!)

Falls jetzt Strom fließt, haben wir **kein** Gleichgewicht mehr!

Falls **kein** (oder nur vernachlässigbar kleiner) Strom fließt, haben wir jetzt $\Rightarrow$

$$U = \frac{\Delta E_F}{-e} + U_{ex}$$

$$d_{RLZ} = \left(\frac{2 \epsilon_{Si} \epsilon_0 (\Delta E_F + e U_{ex})}{e^2 \cdot N_D} \right)^{1/2}$$

$$\frac{C_{RLZ}}{F} = \left(\frac{2 \epsilon_{Si} \epsilon_0 e^2 N_D}{\Delta E_F + e U_{ex}} \right)^{1/2}$$

Formal-mathematisch wird die **Poisson-Gleichung** gelöst (Grundgleichung der Elektrostatik).

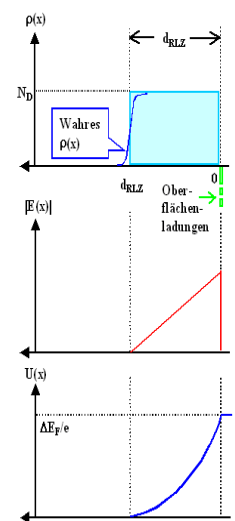
Die Poisson-Gleichung beschreibt den Zusammenhang zwischen Ladungsdichte ρ , elektr. Feld E und elektr. Potential V (bzw. ϕ).

$$\Delta V(x, y, z) = - \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}$$

$$\nabla V(x, y, z) = - E(x, y, z)$$

Lösungsweg eindimensional:

- Ladungsdichte** $\rho = N_{Dot}$ in $d_{RLZ} = \text{const.}$
- Feld** E = einmal integrieren = Gerade. Randbedingung: $E(x = d_{SCR}) = 0 \text{ V/cm}$
- Potential** V = zweimal integrieren = Parabel. Randbedingung $V(d_{SCR}) = 0 \text{ eV}$; Potentialdifferenz = $\Delta E_F / e$



Das Banddiagramm eines **pn**-Übergangs im Gleichgewicht folgt sofort aus der Konstruktionsanleitung:

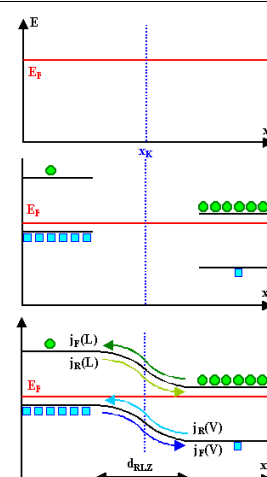
- Fermienergie** ist überall gleich.
- Weit links und rechts vom Übergang liegt das Banddiagramm des "im Dunkeln rumliegenden" Halbleiters vor (=Gleichgewicht).
- Hier haben wir:

- Links **p**-Typ-Material.
- Rechts **n**-Typ-Material

Die Lage der Fermienergie zeigt die Dotierung eindeutig an. Außerdem haben wir dasselbe Material links und rechts, da die Energielücken identisch sind.

- Im Übergangsbereich müssen die Bänder "irgendwie" verbogen sein. Damit gibt es ein **elektrisches Feld** im Übergangsbereich und so gut wie keine freien Ladungsträger.

Wie zuvor wandern Elektronen vom **n-Si** zum **p-Si**, weil es dort jede Menge freie Plätze bei tieferen Energien gibt; für Löcher ist es entgegengesetzt.



(Hinweis: In dieser Abbildung sind die Teilströme noch englisch beschriftet: Diffusionsstrom=forward current j_F , Feldstrom=reverse current j_R)

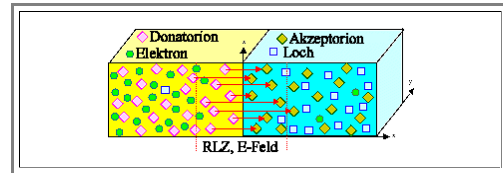
- Die ortsfesten ionisierten Dotieratome bleiben zurück; es entsteht eine Bandverbiegung mit Raumladungszone und elektrischem Feld.

Es fließen ständig Elektronen- und Löcherströme j_i von links nach rechts und zurück.

- Im Gleichgewicht gilt aber:
 $\sum j_i = 0$.

Im Ortsraum sieht es so aus $\Rightarrow$

- Die Weite der **RLZ** ist analog zum Fall der Oberfläche: Proportional zur Wurzel aus der Differenz der Fermienergien (oder der wirkenden Spannung) und umgekehrt proportional zu einer Art "Mittelwert" der Dotierkonzentrationen.



Die Ströme haben Namen $\Rightarrow$

- Im **Durchlaßbereich** einer **Diode**, die ein **pn**-Übergang immer darstellt, fließen die Ladungsträger letztlich per **Diffusion** von der hohen zur niedrigen Konzentration (1. Ficksches Gesetz). Auf der "anderen" Seite sind sie jetzt überzählige Minoritäten und verschwinden durch **Rekombination**.
- Im **Sperrbereich** einer Diode, die ein **pn**-Übergang immer darstellt, fließen die Ladungsträger letztlich per **Drift** im elektrischen **Feld** der **RLZ** zur anderen Seite – aber immer nur so viele, wie durch **Generation** ersetzt werden können.

Strom der **Majoritäten** in das jeweils andere Gebiet.

Beispiel: Elektronenstrom vom **n-Si** zum **p-Si**:

- **Diffusionsstrom**, oder
- **Rekombinationsstrom**, oder
- **Durchlaßstrom**.

Strom der **Minoritäten** in das jeweils andere Gebiet.

Beispiel: Elektronenstrom vom **p-Si** zum **n-Si**:

- **Feldstrom**, oder
- **Driftstrom**, oder
- **Generationsstrom**, oder
- **Sperrstrom**.

Die Größe der 4 Teilströme läßt sich bis auf einen Proportionalitätsfaktor (der sich zu 1 ergibt, wenn man aufwendig rechnet) sofort ableiten:

- Der (feldgetriebene) **Sperrstrom** j_F ist proportional zu:
 - **Einzugsgebiet** des **pn**-Kontakts= **Diffusionslänge** L , weil Minoritäten weit weg von dem **pn**-Übergang per Rekombination verschwinden, bevor sie zum "Abhang" (=elektr. Feld der **RLZ**) kommen und dann unweigerlich "hinunterfallen".
 - **Generationsrate** $G = n_{\min}/\tau$, denn mehr als das, was pro Sekunde generiert wird, kann pro Sekunde nicht abfließen.
 - **Ladung** $q = \pm e$.
- Der (diffusionsgetriebene) **Durchlaßstrom** j_D ist im Gleichgewicht entgegengesetzt gleich groß wie der Sperrstrom, da im Gleichgewicht ($U_{\text{ext}} = 0$) der externe Strom $j_{\text{ext}} = 0$ ist.

$$j_F(L) = \frac{-e \cdot L \cdot n_{\min}(L)}{\tau} = \frac{-e \cdot L \cdot (n_i)^2}{N_A \cdot \tau}$$

$$j_F(V) = \frac{-e \cdot L \cdot n_{\min}(V)}{\tau} = \frac{-e \cdot L \cdot (n_i)^2}{N_D \cdot \tau}$$

$$j_D = -j_F \quad \text{im Gleichgewicht, d.h. für } j_{\text{ext}} = 0$$

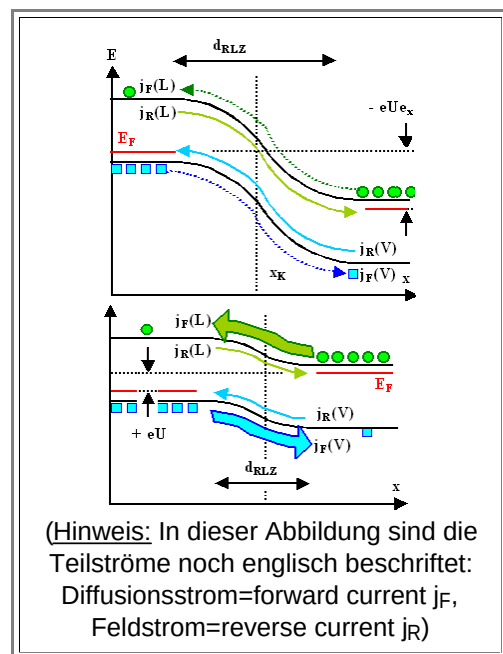
Beim **pn**-Übergang mit angelegter Spannung U_{ext} verschieben sich die Bänder um $\pm e U_{\text{ext}}$. Die Fermienergie ist **kein** waagrechter Strich mehr; sie ist gar nicht mehr definiert, denn wir haben, da jetzt Netto-Strom fließt, **kein** Gleichgewicht mehr.

Weit weg vom **pn**-Übergang hat sich aber nicht viel geändert, dort zeichnen wir die Bänder wie gewohnt.

Was bei den Strömen passiert, ist leicht zu sehen:

- Nichts** beim Sperrstrom. Ladungsträger, die zum "Abhang" gelangen, fallen runter, egal wie tief es runtergeht.
- Für den Durchlaßstrom hat sich die Energiebarriere, über die er fließen muss, um $\pm e|U_{\text{ext}}|$ erhöht oder erniedrigt – je nach Vorzeichen der angelegten Spannung. Er wird sich dadurch gegenüber dem Durchlaßstrom $j_D(U_{\text{ext}}=0 = -j_F)$ um $\exp[-eU_{\text{ext}}/(k_B T)]$ erniedrigen oder erhöhen:

$$j_D(U_{\text{ex}}) = |j_F| \cdot \exp\left(\frac{+eU_{\text{ex}}}{k_B T}\right)$$



Es ergibt sich sofort die Diodengleichung

$$j(U_{\text{ex}}) = \left(|j_F(L)| + |j_F(V)| \right) \cdot \left(\exp\left(\frac{eU_{\text{ex}}}{k_B T}\right) - 1 \right)$$

$$j(U_{\text{ex}}) = \left(\frac{e \cdot L \cdot n_{\text{Min}}(L)}{\tau} + \frac{e \cdot L \cdot n_{\text{Min}}(V)}{\tau} \right) \cdot \left(\exp\left(\frac{eU_{\text{ex}}}{k_B T}\right) - 1 \right)$$

Konventionen: Durchlaßstrom ist **immer** positiv.

- Durchlaßrichtung für **+** an **p**-Teil, **-** an **n**-Teil.
- Üblich bei Profis: Diagramm **log I** vs. **U**.
- Maximale Sperrspannung ist begrenzt durch Durchbruch.
- Durchlaßstrom ist begrenzt durch Serienwiderstände.

