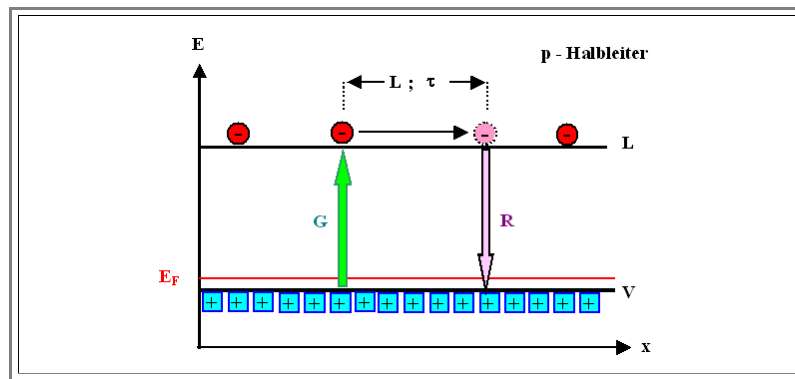


9.1.3 Generation, Rekombination, Lebensdauer und Diffusionslänge

Generations- und Rekombinationsrate

- Als wir uns im Zusammenhang mit "[Random Walk](#)" mit Besoffenen beschäftigt haben, kam der Begriff der [Lebensdauer](#) zum ersten Mal hoch.
 - Das war die Zeit, die zwischen Beginn des "random walk" lag (Start = **Generation** des statistisch herumirrenden Teilchens; z. B. Verlassen der Kneipe) und dem Ende (z. B. durch Aufgelesen werden von der Polizei). Das setzen wir jetzt um auf unsere Elektronen und Löcher.
 - Dazu haben wir zunächst den Elementarprozeß der Erzeugung oder der **Generation** eines Elektron-Loch-Paares, der darauf folgenden Wanderung durch das Kristallgitter und der dann nach einer (mittleren) Zeit τ , die wir **Lebensdauer** genannt haben, erfolgenden Wiedervereinigung von Loch und Elektron; einen Prozeß, den wir **Rekombination** nennen.
 - Generation** und **Rekombination** sind neben der **Dotierung** der Schlüssel zur Halbleiterphysik und -technik; wir müssen uns damit befassen.
- Wir betrachten das mal im Banddiagramm. Wir führen dazu eine Bildbetrachtung durch und interpretieren den unten gezeigten Lebenslauf einer **Minorität** in einem **p-Typ**-Halbleiter.



- Aus einer eingehenden Kontemplation dieses Bildes lassen sich folgende Schlußfolgerungen ziehen:
 - Es enthält **redundante Information**. Sowohl die Lage der Fermienergie als auch die symbolisch eingezeichneten Majoritätsladungsträger "Löcher" als auch die Beschriftung sagen alle dasselbe: Wir haben einen **p-Typ-Halbleiter** vor uns.
 - Das Verhältnis Majoritäten : Minoritäten ist ungefähr **4 : 1**. Damit hätten wir nur eine sehr schwache Dotierung. Es liegt damit nahe, daß der Künstler die Zahl der Löcher und Elektronen **symbolisch** meint. Denn ein realistisches Verhältnis von z. B. **1.000.000 : 1** ist in dieser Kunstform offenbar nicht darstellbar.
 - Im linken Bereich ist ein **Generationseignis** zu sehen. Während der neu erzeugte Minoritätsladungsträger – das **Elektron** – eindeutig zu identifizieren ist, bleibt der zugehörige Majoritätsladungsträger "Loch" anonym, er ist in der Masse der anderen Löcher nicht zu identifizieren. Der Künstler will wohl einen Hinweis darauf geben, daß sich bei der Generation eines Ladungsträgerpaars bei den **Majoritäten** so gut wie nichts ändert, während bei den **Minoritäten** die Änderungen deutlich spürbar sind.
 - Im Zentrum des Bildes folgen wir dem Schicksal des frisch generierten **Minoritätsladungsträger**. Nachdem er sich eine Länge L von seinem Geburtsort entfernt hat, geht er durch **Rekombination** wieder ins Nirwana ein – das Elektron ist (im Leitungsband) spurlos weg. Wiederum fehlt jeder Hinweis auf den Rekombinationspartner aus der Masse der Löcher. Darüber hinaus ist der dreidimensionale "random walk" in minimalistischen Manier auf einen Pfeil reduziert.
 - Es läßt sich noch ein letzter Hinweis auf die Vorgänge in und zwischen den Bändern finden: **Alle** Minoritäten (und auch die Majoritäten) sind sich völlig gleich – wir sehen rote Kreise, die für sich genommen völlig ununterscheidbar sind.
- Soviel Information steckt in einem simplen Banddiagramm – man muß sie nur zu interpretieren wissen! Nüchtern betrachtet, nehmen wir jetzt folgende Punkte zur Kenntnis:
 - Ganz offensichtlich ist das, was sich bei den **Minoritäten** abspielt, viel wichtiger als die Vorgänge bei den Majoritäten. Denn jede Änderung bei Ladungsträgerkonzentrationen bewirkt bei den Minoritäten immer sehr viel größere Abweichungen vom Gleichgewicht als bei den Majoritäten. Und es sind immer die Abweichung vom Gleichgewicht, die Reaktionen aller Art antreiben!
 - Obwohl wir bisher immer nur **einen** Generationsvorgang mit anschließender Rekombination betrachtet haben, sollte uns doch klar sein, daß, wenn **ein** wie auch immer generiertes Elektron nach einer Zeit τ rekombiniert, solches dann notwendigerweise analog für **alle** Elektronen gilt! Denn **alle** Elektronen sind gleich und keine sind gleicher!

Damit würden praktisch **alle** Minoritätsladungsträger nach ein paar Lebensdauern τ verschwunden sein (denn die "Abbaurrate" folgt natürlich dem allgemeinen Gesetz zum [Zerfall angeregter Zustände](#)). Die **Rekombinationsrate** R , d.h. die Zahl der pro Sekunde (und cm^{-3}) rekombinierenden Minoritätsladungsträger, ist damit einfach

$$R = \frac{n_{\text{Min}}}{\tau}$$

Zeit für eine kleine [Übung](#).

Da aber im **Gleichgewicht** die Konzentration aller Ladungsträger konstant ist, können wir eine erste, sehr wichtige Schlußfolgerung ziehen:

Im Gleichgewicht ist die **Generationsrate** G , d.h. die Zahl der pro Sekunde (und cm^{-3}) generierten Minoritätsladungsträger, genau gleich groß wie die **Rekombinationsrate**, d.h.

$$G_{\text{GG}} = R_{\text{GG}} = \frac{n_{\text{Min}}}{\tau}$$

Das läßt sich leicht verstehen: Wenn von einem Bankkonto ein bestimmter Betrag pro Zeiteinheit abgeboben wird – z.B **1 € pro Tag** oder **1 000 000 € pro Tag** –, dann wird der Kontostand (im Mittel) nur dann konstant bleiben (im Mittel), wenn genau soviel Geld pro Zeiteinheit überwiesen wird.

Das Beispiel paßt genau! Und es sagt uns darüberhinaus ganz plastisch, daß aus der Größe der Ab- und Zuflüsse kein wie auch immer gearteter Schluß auf den **Kontostand** gezogen werden kann, wie auch umgekehrt ein wie auch immer gearteter unveränderter Kontostand nichts über die **Höhe** der Zu- und Abflüsse aussagt.

Damit haben wir im (nur so rumliegenden) Halbleiter nicht nur ein **Gleichgewicht**, wir haben immer ein **dynamisches Gleichgewicht**.

Jeder Minoritätsladungsträger wird irgendwann (und irgendwo) generiert, läuft (im Mittel) eine Diffusionslänge durch den Kristall und verschwindet dann wieder durch Rekombination.

Das gilt natürlich im Prinzip auch für die Majoritätsladungsträger. Von denen ist aber die weitaus überwiegende Anzahl im (dynamischen) Gleichgewicht mit den **Dotieratomen**, und die paar, die sich mit Minoritäten abgeben, spielen für die Gesamtanzahl keine Rolle.

Lebensdauer, Diffusionslänge und Beweglichkeit

Schauen wir uns das Ganze noch etwas genauer an. Wir wiederholen obige Aussage mal etwas ausführlicher:

Jeder Minoritätsladungsträger wird generiert und läuft dann (im Mittel) eine **Diffusionslänge** L durch den Kristall. Dazu braucht er (im Mittel) die Zeit τ , die wir ab jetzt **Minoritätsladungsträgerlebensdauer** oder kurz **Lebensdauer** nennen, und verschwindet dann wieder durch Rekombination.

Der Zusammenhang zwischen Lebensdauer und Diffusionslänge ist dabei [wie bei jedem "Random walk"](#) durch die folgende Beziehung gegeben:

$$L = (D \cdot \tau)^{1/2} = (\mu k_B T e \cdot \tau)^{1/2}$$

D ist dabei der **Diffusionskoeffizient** der Elektronen oder Löcher, den wir über die [Einstein-Smoluchowski-Beziehung](#) auch durch die Beweglichkeit μ ausdrücken können.

Den **Diffusionskoeffizienten** der Elektronen oder Löcher haben wir schon mal [kurz kennengelernt](#), er ist einfach mit den Stößen und damit mit dem "Random Walk" gekoppelt.

Da wir μ jetzt [kennen](#), kennen wir jetzt auch D . Damit können wir bei Kenntnis von L oder τ die jeweils andere Größe berechnen.

Es bleibt noch, eine etwas quantitativere Vorstellung davon zu bekommen, wie groß L oder τ in einem gegebenen Material sein wird.

Hier kommt jetzt etwas vollständig Neues: Es gibt bezüglich dieser Frage zwei Sorten von Halbleitern:

Direkte Halbleiter: L und τ sind *klein* (ungefähr $ns / \mu m$)
Bei der Rekombination eines Elektron-Loch-Paares entsteht **Licht**
mit $h\nu = E_g$.
Indirekte Halbleiter: L und τ sind *groß* und stark defektabhängig
(ungefähr $\mu s...ms / 500 \mu m$)
Bei der Rekombination eines Elektron-Loch-Paares entsteht (fast) nur
Wärme.

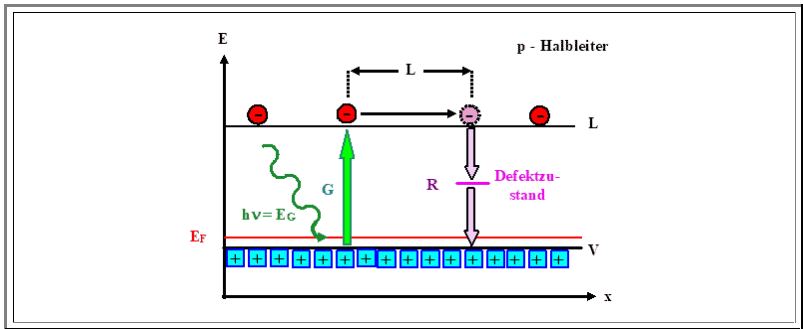
Die gebräuchlichen Halbleiter ordnen sich in diese Schema (direkt/indirekt) so ein (zur Erbauung mit noch ein paar mehr Daten):

Material	Si	Ge	GaAs	InP	InSb	GaP	GaN	SiC	Diamant
Kristall									
Kristallstruktur	Dia- mant	Dia- mant	Dia- mant	Dia- mant	Dia- mant	Dia- mant	Wurtzit (hex.)	viele Varianten, kub./hex./rhomb.	Dia- mant
Gitterkonstante [nm]	0,5431	0,565	0,565	0,587	0,648	0,545	a=0,319 c=0,518	a=0,30 c viele Werte	0,357
Einige Zahlen zu Ladungsträgern									
Energielücke [eV]	1,12	0,66	1,42	1,35	0,17	2,26	3,4	2,39–3,26	5,47
Typ	indirekt	indirekt	direkt	direkt	direkt	indirekt	direkt	indirekt	indirekt
N_{eff} in L [$10^{18} cm^{-3}$]	28 (32)	10,4	0,47	0,54	0,042				
N_{eff} in V [$10^{18} cm^{-3}$]	10 (18)	6	7	2,9					
n_i [$10^6 cm^{-3}$]	6 600 13.000	20.000.000	2,2	5,7					
Beweglichkeit (undotiert) [$cm^2/(Vs)$]									
μ_n	1 500	1.900	8.500	5.000	80.000	300		500–1.000	200–2.200
μ_p	450	3.900	450	200	1.250	150		20–50	1.800–2.100
Lebensdauer [μs]	2500		0,01	0,005					
Dielektrische Eigenschaften									
Dielektrizitätskonst.	11,9	16	13,1	12,4	17,7	11,1		9,7–10	5,5
Durchbruch- feldstärke [kV/cm]	300		350	400					

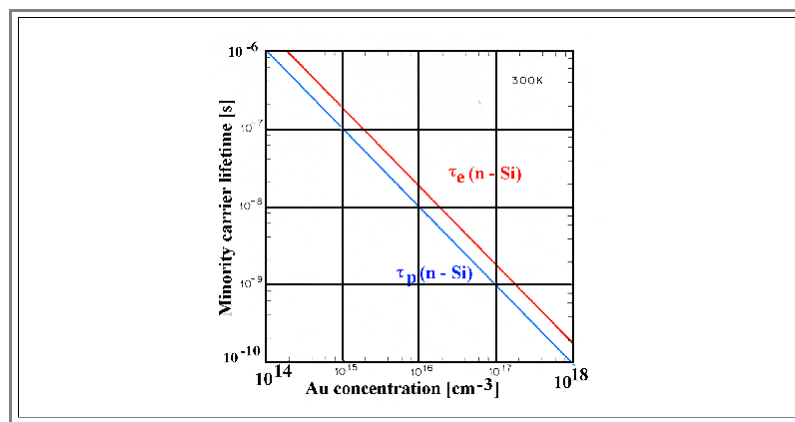
● Traurig, traurig: Unser Hauptmaterial **Si** ist für die **Optoelektronik** nicht geeignet – es *kann* kein Licht rauskommen, wenn man Strom durchschickt!

Die Frage, die sich jetzt aufdrängt, ist klar: Warum, o Herr, hast du *zwei* Sorten gemacht?

● Die Antwort ist einfach, nur die Begründung liegt weit jenseits unserer Möglichkeiten. Schauen wir uns das obige Bild noch mal für den Spezialfall der Generation per Licht in *indirekten* Halbleitern an. Dabei beachten wir, daß, was immer auch passiert, der Energie- *und* der Impulserhaltungssatz *immer* befriedigt werden. Ersteren haben wir schon mehrfach bemüht, letzteren noch nicht.



- Bei der Generation im obigen Beispiel ist der Energierhaltungssatz befriedigt, wenn das Photon mindestens die Energie der Bandlücke E_g mitbringt. Der Impulserhaltungssatz ist auch ohne Probleme machbar (müssen wir einfach glauben). Das gilt bei der Generation sowohl für *direkte* als auch für *indirekte* Halbleiter.
 - Bei der Rekombination kommt der große Unterschied. In *direkten* Halbleitern kann sie problemlos erfolgen, sobald ein Elektron am selben Ort auf ein Loch trifft. Die Energie geht in die Erzeugung eines Photons, und der Impulshaltungssatz macht keine Probleme – im Gegensatz zu den indirekten Halbleitern!
 - Wenn in einem *indirekten* Halbleiter ein Junge auf ein Mädchen trifft... sorry: ein Elektron auf ein Loch – passiert gar nichts! Bei einer Rekombination würde der Impulserhaltungssatz verletzt werden, und das geht nicht, also passiert nichts.
 - Die beiden brauchen einen Vermittler, einen dritten Partner, der auch Impuls aufnehmen kann. Das sind Defekte mit Zuständen im Bandgap. Die Rekombination findet dann schematisch so wie eingezeichnet statt.
 - Damit ist die Rekombination schwierig. Die Teilchen müssen lange wandern, bis sie am *selben* Ort ein Gegenteilchen *und* den dritten Partner finden. Lebensdauer und Diffusionslänge sind groß; Licht kommt keines raus.
- Wie groß oder klein *genau* sind denn L und τ ? Das ist eine der "guten" Fragen, die nicht so leicht zu beantworten sind. Wer sich traut, schaut via Link in eine [Vorlesung für Fortgeschrittene](#), der Rest (*und* die Mutigen) merkt sich nur einen einzigen Zusammenhang:
- Die Lebensdauer in *indirekten* Halbleitern, insbesondere also in *Silizium*, ist extrem sensitiv auf Kristallgitterdefekte, insbesondere auf *atomare Fehlstellen*. Wir schauen uns das an einem Beispiel an (die rote Kurve bezieht sich natürlich auf p-Si):



- Die Lebensdauer verringert sich linear mit der Goldkonzentration. Selbst bei der kleinen Konzentration von 10^{14} cm^{-3} ($\approx 2 \text{ ppb}$) beträgt sie nur $1 \mu\text{s}$. Bis zu einer Lebensdauer von 1 ms wie oben angegeben fehlen noch drei Größenordnungen – die Goldkonzentration müßte also bei 2 ppt liegen, um die Millisekunde zu erreichen.
- So ist es auch! "Life time killer" wie Gold (und viele andere metallische Fremdatome, am schlimmsten **Fe, Ni, Cu, Ti**) sind allesamt "tiefe Störstellen" mit Energieniveaus für Elektronen, die tief in der Bandlücke liegen (d. h. in etwa in der Mitte; "tief" wird hier im Unterschied zu "flach" verwendet, was sich auf die typischen Dotierniveaus bezieht). Der Halbleitertechnologie fürchtet sie wie der Teufel das Weihwasser!
 - An dieser Stelle liegt eine der Wurzeln der extremen Reinheits- und Perfektionsanforderungen der *Si-Technologie*. [Kristalle verschmutzen gern](#) (bei höherer Temperatur). Der Kampf für Reinheit ist deshalb immer ein Kampf gegen die **Entropie** – und das kostet Energie (und vor allem viel Geld).
 - Hier steckt auch das Grundproblem der **Si-Solarik**: Gute Solarzellen kann man nur aus **Si** mit möglichst großer Diffusionslänge und damit Lebensdauer machen. Und diese Sorte **Si** *kann* einfach nicht beliebig billig sein!

Fragebogen
Schnelle Fragen zu 9.1.3