Lösung zur Übung 8.1-1

Bestimme typische Zahlenwerte für die Beweglichkeit

1. Errechne einige typische Werte für die Beweglichkeit **μ** für Metalle

- Wir expandieren zuerst die Tabelle imdem wir die Dichte der Atome pro $\mathbf{m^3}$ ausrechnen. Das sollte in etwa auch die Elektronendichte ergeben, da von jedem Atom so in etwa ein Elektron ins freie "Elektronengas" geht. Mal sehen ob das zu den angegebenen Zahlen paßt:

Material	ρ [Ω cm]	σ [Ω^{-1} cm^{-1}]	**Density** $d \times 10^3$ [kg m^{-3}]	**Atomic weight** $w \times$ 1u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg]	$n_A = d/w$ [m^{-3}]	n_e [m^{-3}]
Silver Ag	$1{,}6 \cdot 10^{-6}$	$6.2 \cdot 10^5$	10,49	107,9	$5{,}85 \cdot 10^{28}$	$\approx 10^{29}$
Copper Cu	$1{,}7 \cdot 10^{-6}$	$5.9 \cdot 10^5$	8,92	63,5	$8{,}46 \cdot 10^{28}$	$\approx 10^{29}$
Lead Pb	$21 \cdot 10^{-6}$	$4.8 \cdot 10^4$	11,34	207,2	$3{,}3 \cdot 10^{28}$	

- Paßt! Das heißt, für typische Metalle kennen wir dieGrößenordnung der Elektronendichte.

Zur Berechnung der Beweglickeit **μ** verwenden wir unsere "Mastergleichung"

$$\mu = \frac{\sigma}{q \cdot n}$$

Mit q = Elementarladung **= 1,60 10^{-19} C** erhalten wir dann, z. B. für Silber

$$\mu_{Ag} = \frac{6{,}2 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5{,}85 \cdot 10^{28}} \frac{m^3}{C \cdot \Omega \cdot cm} = 66{,}2 \frac{cm^2}{C \cdot \Omega}$$

Die Einheit ist noch etwas daneben, aber mit **[C] = [A · s]** und **[Ω] = [V/A]**, erhalten wir

$$\mu_{Ag} = 66{,}2 \frac{cm^2}{Vs}$$

$$\mu_{Cu} = 43.6 \frac{cm^2}{Vs}$$

$$\mu_{Pb} = 9{,}1 \frac{cm^2}{Vs}$$

2. Betrachte dann typische Feldstärken für Metalle (einfach passende Stromdichten wählen) und berechne daraus die Größenordnung für die Driftgeschwindigkeiten v_D .

- Die Definition der Beweglichkeit war

$$\mu = \frac{v_D}{E}$$

oder

$$v_D = \mu \cdot E$$

Was sind nun typische Feldstärken in Metallen?

- Einfach. Wir betrachten einen Würfel mit l **= 1 cm**. Sein ohmscher Widerstand R ist gegeben durch

$$R = \frac{\rho \cdot l}{F} = \rho \quad [\Omega]$$

- Ein **Cu** or **Ag** Würfel hätte damit einen Widerstand um **1,5** $\cdot 10^{-6}$ Ω**.** Mit einer Spannung von **1 V**, und damit einer Feldstärke von **1 V/cm** produzieren wir einen Strom von $I = U/R \approx$ **650 000 A** und damit eine Stromdichte von $j =$ **650 000 A/cm^2**.
- Das scheint eine recht hohe Stromdichte zu sein. Ja schon, aber in integrierten Schaltungen kommt man trotz kleiner absoluter Ströme gerne mal in die Näher derartig hoher Stromdichten.
- Trotzdem, normale Leitungsdrähte werden eher mit weniger als ca. **3 000 A/cm^2** belastet, und das bekommen wir schon für $U = 1{,}5 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot 3000\ \text{A} = 4{,}5\ \text{mV}$.
- Für eine Größenordnungsabschätzung nehmen wir also mal eine maximale Feldstärke von **5 mV/cm** und eine Beweglichkeit von **50 cm^2/Vs** . Damit erhalten wir

$$v_D = 50 \cdot 5 \frac{\text{mV} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm} \cdot \text{V} \cdot \text{s}} = 0{,}25 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 2{,}5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Das ist wohl schon eine Überraschung! Die Elektronen müssen sich nur g a n z l a n g s a m durch den Draht bewegen um einen riesigen Strom fliessen zu lassen!

- Stimmt das überhaupt - oder haben wir was falsch gemacht?
- Haben wir nicht. Es stimmt soweit wir das ganze klassisch betrachten! Quantenmechanisch wird es übrigens noch schlimmer; siehe später. Und nicht vergessen: Die Driftgeschwindigkeit ist nur eine winzige Änderung an den sehr großen thermischen Geschwindigkeiten!
- Es ist wie bei einem Fliegenschwarm, der manchmal im Sommer wie eineWolke in der Luft hängt. Die einzelnen Fliegen sausen wie wahnsinnig mit hoher Geschwindigkeit wild durcheinander. Der ganze Schwarm bewegt sich aber kaum, oder nur mit kleiner Driftgeschwindigkeit falls ein Wind als treibende Kraft auftritt.