

6.7.2 Was man wissen muss

- Wir kennen die Begriffe "**Feldstärke**" und "**Stromdichte**"; außerdem haben wir ein Gefühl für die Größenordnung der Höchstwerte und Klarheit darüber, dass ein Dielektrikum nur Feldstärke "spürt", nicht Spannung. Wir wissen, was ϵ_r (oder "**DK**") bedeutet, zumindest in einem Plattenkondensator.
- Wir kennen die Bedeutung der **Dielektrika** – von Isolierungen über Kondensatoren bis zur Optik. Dazu gehört die Grundgleichung für den Brechungsindex $n^2 = \epsilon_r$.
 - Als Besonderheiten kennen wir noch den Zusammenhang zwischen Dielektrika und der die "**Mikrowelle**" sowie Spezialitäten wie **piezoelektrische** Materialien.
- Wir kennen die grundsätzlichen Antworten zu den drei Hauptfragen:
 1. Wie groß ist die **Durchschlagsfestigkeit** und durch was wird sie bestimmt? \Rightarrow **(0,1 . . . 10) MV/cm**. Es gibt mehrere Mechanismen, z.B. Lawinendurchbruch.
 2. Was bestimmt ϵ_r ? \Rightarrow **Polarisationsmechanismen**: Grenzflächen-, Orientierungs-, Ionen- und Elektronenpolarisation (letzte = Atompolarisation).
 3. Was bestimmt die **Frequenzabhängigkeit** von $\epsilon_r(\omega)$? \Rightarrow Resonanz oder Relaxation.
- Wir kennen und verstehen die Grundgleichungen:

Elektrisches Dipolmoment $(\xi$ ist der Abstandsvektor von der negativen zur positiven Ladung; in der Skizze rechts ist $ \xi $ gezeigt)	$\underline{\mu} = q \cdot \xi$	
Polarisation des Materials	$\underline{P} = \frac{\sum \underline{\mu}}{V} = \langle \underline{\mu} \rangle \cdot N_V$	
Sinnvolles Materialgesetz	$\underline{P} = \epsilon_0 \cdot \chi \cdot \underline{E}$	
Sinnvolle neue Materialkonstante	$\chi = \text{dielektrische Suszeptibilität}$	
Alte Materialkonstante	$\epsilon_r = \chi + 1$	
Beziehung $\underline{D} \Leftrightarrow \underline{P}$	$\underline{D} = \epsilon_0 \cdot \underline{E} + \underline{P}$	

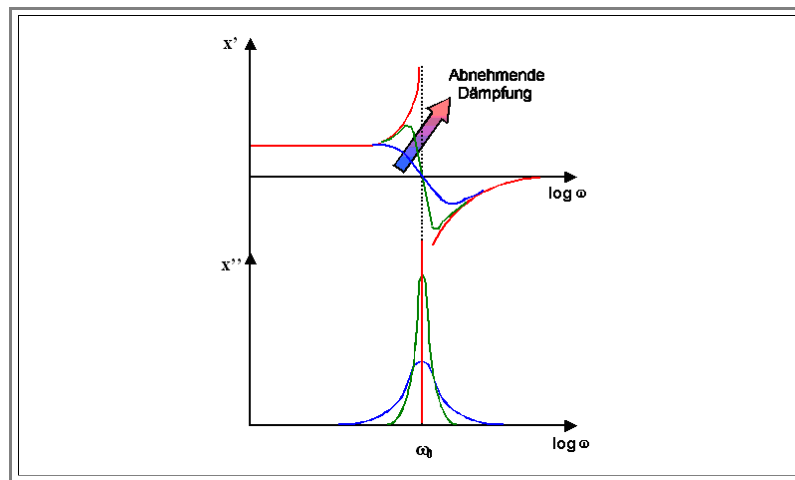
- Wir wissen, welche Materialien intrinsische elektrische Dipole haben und welche nicht. Wir können das z. B. für Wasser und **NaCl** auch skizzieren – inkl. der Polarisation mit und ohne Feld.
- Das Ersatzschaltbild eines idealen und realen Dielektrikum (für **DC** oder kleine Frequenzen) ist bekannt, wir können den (Verschiebungs-)Strom hinschreiben und begründen, warum das auf eine **komplexe DK** $\epsilon = \epsilon' - i\epsilon''$ führt.
- Wir verstehen insbesondere, warum der **Imaginärteil** $-\epsilon''$ die **Wirkleistung** beschreibt und damit die **dielektrischen Verluste**.
- Soweit die drei Hauptmechanismen der Polarisation betroffen sind, wissen wir:
 - Bei der Atom- bzw. **Elektronenpolarisation** verschiebt das elektrische Feld die Ladungsschwerpunkte der Elektronenhülle relativ zum Atomkern. Der Effekt ist sehr schwach für Kugelsymmetrie (z. B. Edelgasatome; $\epsilon \approx 1$), aber stark für gerichtete Bindungen (z. B. **Si** und andere Halbleiter: $\epsilon \approx 10 \dots 20$).
 - Bei der **Orientierungspolarisation drehen** sich vorhandene Dipole etwas in Feldrichtung; damit kann sie nur bei **Flüssigkeiten** auftreten. Orientierungspolarisation verursacht $\epsilon \approx 80$ bei Wasser (und steckt hinter dem Wirkprinzip der "Mikrowelle").
 - Bei der **Ionenpolarisation** werden die vorhandenen Dipole in polaren Kristallen abwechselnd etwas kleiner oder größer, der Nettoeffekt verursacht die **DK**.
- Die Frequenzabhängigkeit der **DK** resultiert aus der Tatsache, dass bei **jedem** Polarisationsmechanismus Massen bewegt werden müssen, um Polarisation zu erzeugen, und das geht nicht beliebig schnell.
 - Wir kennen die **2** relevanten Mechanismen: **Resonanz** und **Relaxation**. Wir können sie den drei Polarisationsmechanismen zuordnen

Wir können die komplette Bewegungsgleichung für Resonanz hinschreiben und diskutieren. Wir kennen insbesondere die Formel für die **Resonanzfrequenz** ω_0 (ohne Dämpfung):

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k_R \cdot m \cdot \frac{dx}{dt} + k_F \cdot x = q \cdot E_0 \cdot \cos(\omega t)$$

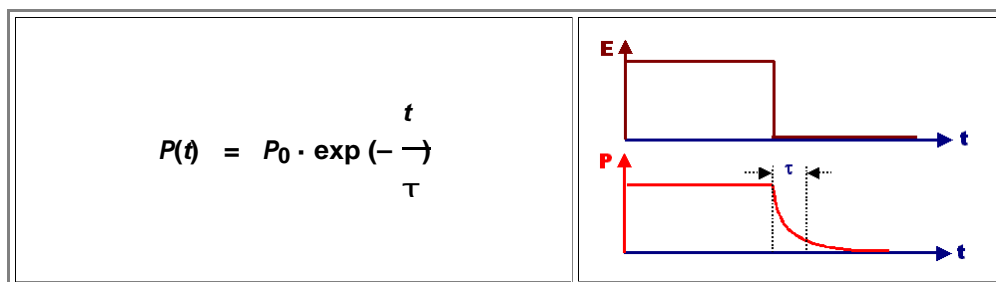
$$\omega_0 = \left(\frac{k_F}{m} \right)^{1/2}$$

- Wir wissen insbesondere auch, dass die Federkonstante k_F direkt mit dem **Elastizitätsmodul Y (oder E)** verknüpft ist ($k_{Fed} = E \cdot r_0$ mit r_0 = Bindungsabstand oder ungefähr "Gitterkonstante" a) und damit dielektrische Eigenschaften mit mechanischen verknüpft sind.
- Damit **wissen wir**, dass Resonanz bei der ionischen Polarisation um 10^{13} Hz auftritt; bei der Elektronenpolarisation liegt sie um 10^{15} Hz, also im **optischen** Teil des Spektrums.
- Wir wissen, warum die resonanten Mechanismen in Kristallen **stark gedämpft sind**, und wir können das Prinzipbild für die komplexe Amplitude nach **Real- und Imaginärteil** getrennt skizzieren:

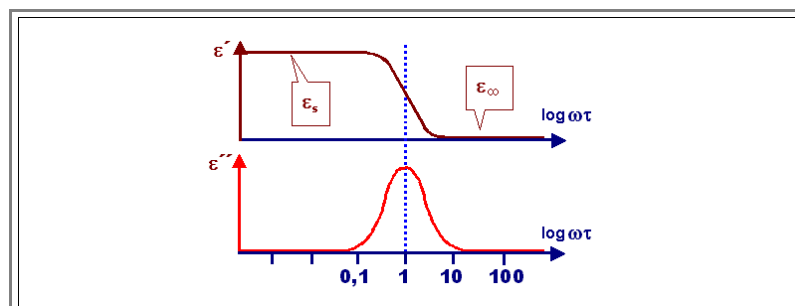


Der Mechanismus der **Relaxation** gehört zur **Orientierungspolarisation**. Nach Abschalten des elektrischen Felds haben die etwas ins Feld orientierten Dipole zu viel freie Energie (da zu wenig Entropie); wir beobachten das generelle Verhalten des Zerfalls angeregter Zustände.

- Wir wissen, wie das aussieht und wie die generelle Formel dazu lautet:



- Wir wissen, wie man von einer Zeitfunktion per Fouriertransformation zu einer Frequenzfunktion kommt; wir müssen aber **nicht** wissen, wie das exakt geht. Allerdings kennen wir das Ergebnis in graphischer Form:



Damit können wir:

- den Real- und Imaginärteil der dielektrischen Funktion für ein fiktives Material, in dem *alle* Mechanismen vorliegen, qualitativ zeichnen und die wichtigen Frequenzen *in ungefähren Zahlen* den diversen Prozessen und Polarisationsmechanismen zuordnen;
- begründen, warum es so ein Material nicht geben kann;
- die Polarisationsmechanismen und ihre Frequenzabhängigkeit etwas detaillierter erläutern.

Soweit die *Optik* betroffen ist, wissen wir, wo sie in der **ET&IT** eine große Rolle spielt: optische Kommunikation (Laser, Glasfaser, Photodioden, ...), **LEDs**, Displays, Solarzellen, ...

Der Zusammenhang mit Dielektrika ergibt sich aus der schlichten Formel: (komplexer Brechungsindex)² = dielektrische Funktion.

Wir können die grundsätzliche Fragestellung der Optik skizzieren und mit Real- und Imaginärteil des komplexen Brechungsindex verbinden.

⇒ In der (komplexen) dielektrischen Funktion eines Materials stecken alle elektrischen und optischen Eigenschaften des Materials.

Falls wir wirklich gut sind, können wir noch folgende Begriffe plus wichtige Anwendungen erläutern:

- Piezoelektrische Materialien.
- Ferroelektrische Materialien.
- Elektrete.
- Pyroelektrizität.

Zahlen und Formeln

Unbedingt erforderlich:

Anmerkung: In der Regel reichen "Zehner"-Zahlen. Genauere Werte sind in Klammern gegeben.

Zahlen neu			
Größe		Zehnerwert	Besserer Wert
Durchschlagsfestigkeiten E_{max}	≈	(0,1 . . . 10) MV/cm	≈ 15 MeV/cm (Limit)
Maximale Stromdichten j_{max}	≈	(10 ³ . . . 10 ⁵) A/cm ²	
Einige Dielektrizitätskonstanten ϵ_r		$\epsilon_r(\text{H}_2\text{O}) \approx 80$ $\epsilon_r(\text{SiO}_2) \approx 3,7$ $\epsilon_r(\text{Halbleiter}) \approx 10 . . . 20$	
"Interessante" Frequenzen		≈ 10 GHz: Relaxation H ₂ O ≈ 10 ¹³ Hz: Resonanz Ionenpolarisation ≈ 10 ¹⁵ Hz = "Optik": Resonanz Elektronenpolarisation	
Daten Licht: Wellenlänge Frequenz Energie	≈	1 μm 10 ¹⁴ Hz 1 eV	500 nm 5 · 10 ¹⁴ Hz 2,5 eV

Zahlen alt			
Größe		Zehnerwert	Besserer Wert
Avogadrokonstante		10^{24} mol^{-1}	$6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Bildungs- und Wanderungsenergie Leerstelle	\approx	1 eV	ca. (0,5 . . . 5) eV
$(k_B T)_{RT}$	\approx	$1/40 \text{ eV} = 0,025 \text{ eV}$	
Typische Gitterkonstante a	\approx	$1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ nm}$	$2 \text{ \AA} \dots 5 \text{ \AA}$
Größe eines Atoms (Durchmesser)	\approx	$1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ nm}$	$1 \text{ \AA} \dots 3 \text{ \AA}$
Photonenenergie (sichtbares) Licht	\approx	1 eV	(1,6 . . . 3,3) eV
Schwingungsfrequenz Atome im Kristall	\approx	10^{13} Hz	

Formeln neu	
Größe	Formel
Dielektrische Größen	$\underline{\mu} = q \cdot \underline{\xi}$ $\underline{P} = \frac{\sum \underline{\mu}}{V} = \langle \underline{\mu} \rangle \cdot N_V$ $\epsilon_r = \chi + 1$
Schwingungsgleichung und Resonanzfrequenz	$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k_R \cdot m \cdot \frac{dx}{dt} + k_F \cdot x = q \cdot E_0 \cdot \cos(\omega t)$
Komplexer Brechungsindex $n^* = n + i\kappa$	$(n + i\kappa)^2 = \epsilon' - i \cdot \epsilon''$
Blindleistung L_B Wirkleistung L_W	$L_B = \omega \cdot \epsilon' \cdot E^2$ $L_W = \omega \cdot \epsilon'' \cdot E^2$

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$$

Formeln alt	
Entropie S	$S_j = k_B \cdot \ln p_j$
Freie Energie G	$G = U - TS$
Stirling-Formel	$\ln x! \approx x \cdot \ln x$
Dichte Teilchen bei E (w(E): Besetzungswahrscheinlichkeit)	$n(E) = D(E) \cdot w(E) \cdot dE$
Boltzmann-Näherung an Fermiverteilung f(E) für $E - E_F \gg k_B T$	$f(E) \approx \exp\left(-\frac{E - E_F}{k_B T}\right)$
Boltzmannfaktor (Wahrscheinlichkeit für E)	$\exp[-E/(k_B T)]$
Boltzmannverteilung (E_0 : Grundzustandsenergie)	$\frac{n(E)}{n(E_0)} = \exp\left(-\frac{E - E_0}{k_B T}\right)$
Leerstellenkonzentration (E_V^F : Bildungsenergie)	$c_V = \exp[-E_V^F/(k_B T)]$
Sprungrate r atomarer Defekte (E^M : Wanderungsenergie)	$r = v_0 \cdot \exp[-E^M/(k_B T)]$
Diffusionsstromdichte j_{Diff} (Vektor!)	$j_{Diff} = -D \nabla n$
Diffusionslänge L	$L = (D \tau)^{1/2}$
Coulombpotential	$U_{Coul} = \frac{e^2}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot r}$

Beziehung Kraft $\underline{F}(r)$ — Potential $U(r)$	$\underline{F}(r) = -\nabla U(r)$
Mech. Spannung σ , Dehnung ϵ , E-Modul E	$\sigma = \frac{F}{A}$ $\epsilon = \frac{l(\sigma) - l_0}{l_0}$ $E = \frac{d\sigma}{d\epsilon}$
Innere Energie pro Freiheitsgrad (Gleichverteilungssatz; einzelnes Teilchen)	$U_{\text{Freiheitsgrad}} = \frac{1}{2}k_B T$
Mittlere thermische Energie eines klassischen Teilchens (innere Energie; Def. der Temperatur)	$U_{\text{Teilchen}} = \frac{1}{2}f k_B T$ <p>(f: Anzahl der Freiheitsgrade)</p>
Thermische Energie (Größenordnung von U_{Teilchen})	$E_{\text{therm}} = k_B T$ <p>($U_{\text{Teilchen}} \approx k_B T$)</p>