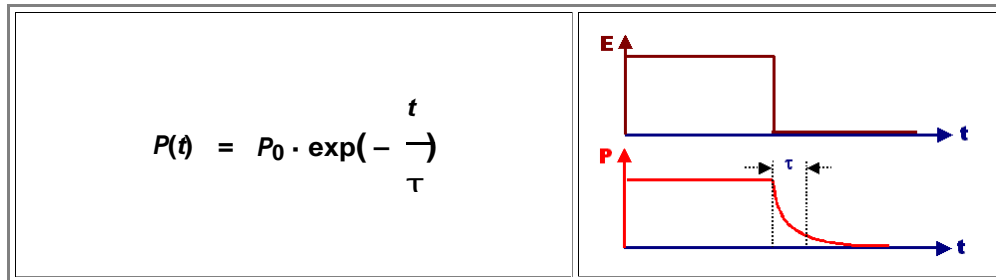


6.4.3 Der Frequenzgang der (komplexen) Dielektrizitätskonstante für Relaxation

Die Relaxation als neues Phänomen

Wir haben ein "Stück" Wasser im elektrischen Gleichfeld, und damit die Verteilung der Dipole von komplett "random" auf "leicht in Feldrichtung orientiert" verändert.

- Was passiert, wenn wir das Ganze jetzt im *Wechselfeld* machen? Das ist nicht so ohne weiteres einsichtig, deshalb machen wir zunächst etwas anderes: Wir schalten des Gleichfeld schlagartig ab.
- Die sofort nach Abschalten vorliegende Verteilung der Dipolrichtungen hat nicht mehr die kleinstmögliche freie Energie – es ist ohne Feld zu ordentlich. Energetisch gesehen ist es "angeregt", und angeregte Zustände zerfallen bzw. "**relaxieren**" (wie man auf schlaue sagt), und zwar immer zum Grundzustand mit der niedrigsten freien Energie.
- Diese Relaxation zum Grundzustand sieht immer so aus:



Interessanterweise haben wir jetzt das Problem der Frequenzabhängigkeit der Orientierungspolarisation schon gelöst! Denn es gilt in beliebiger Allgemeinheit

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{Fourier-} & \\
 P(t) & \Leftrightarrow & P(\omega) \\
 & \text{Transformation} &
 \end{array}$$

In anderen Worten: Hat man den zeitlichen Verlauf einer beliebigen Größe, bekommt man das Frequenzverhalten wie folgt:

- Für *periodische* Funktionen $f(t) = f(t + T)$ ($T = \text{Periodendauer} = 1/\nu = 2\pi/\omega$) gibt die **Fourier-Reihenentwicklung** das **Frequenzspektrum**.
- Für beliebige nichtperiodische Funktionen $f(t)$ gibt das **Fourierintegral** die Frequenzfunktion $f(\omega)$.

Das Ganze geht natürlich auch im Rückwärtsgang: Hat man das Frequenzverhalten einer beliebigen Funktion $f(\omega)$ usw.

Wer vergessen hat, wie's geht, schaut [hier](#) nach. Wem die Fouriertransformation völlig unbekannt ist, der kann sich mit der Lösung einer Differentialgleichung behelfen; Details dazu siehe unten.

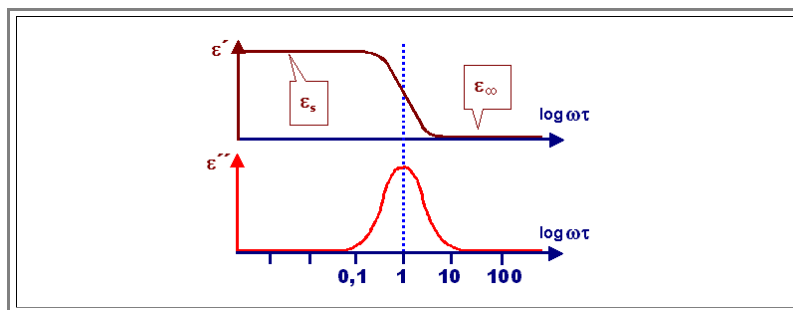
Führt man die Fouriertransformation durch, erhält man

$$P(\omega) = \int_0^{\infty} P_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \exp(-i\omega t) dt$$

$$P(\omega) = \frac{P_0}{\omega_0 + i \cdot \omega}$$

mit $\omega_0 = \frac{1}{\tau}$ (ohne $2\pi!$)

Das ist eine ziemlich einfache (komplexe) Funktion, die zerlegt in Real- und Imaginärteil so aussieht:



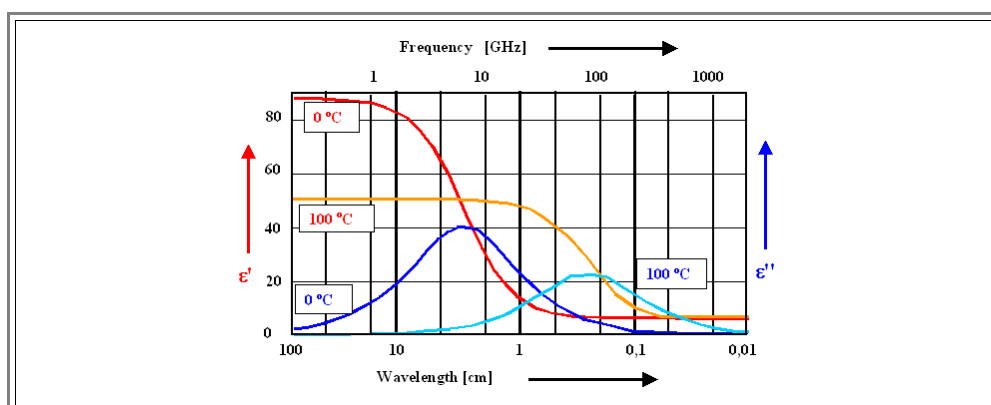
- Also [wieder mal](#): Relativ komplexe Thematik und Mathematik, aber sehr einfaches (graphisches) Ergebnis!

Hier nun der oben angekündigte Weg über die Differentialgleichung: Das exponentielle Abklingen von P nach Abschalten des Feldes kann durch $dP/dt = -P/\tau$ beschrieben werden. Unter Einwirkung eines periodischen äußeren Feldes kommt auf der rechten Seite der Differentialgleichung noch $P_0 \exp(i\omega t)$ hinzu. Der Ansatz $P(t) = P(\omega) \exp[-i\delta(\omega)] \exp(i\omega t)$ führt auf $P(\omega) \exp[-i\delta(\omega)] i\omega \exp(i\omega t) = -P(\omega) \exp[-i\delta(\omega)] \exp(i\omega t) / \tau + P_0 \exp(i\omega t)$. Das ergibt $P(\omega) \exp[-i\delta(\omega)] (i\omega + 1/\tau) = P_0$ bzw. $P(\omega) = P_0 \exp[i\delta(\omega)] (1/\tau + i\omega)^{-1}$. Bis auf den expliziten Phasenverschiebungsfaktor $\exp[i\delta(\omega)]$ ist dies das obige Ergebnis.

Die Mikrowelle und das Wasser

Wenn man Lebensmittel mit der " **Mikrowelle** " kocht, wackelt man schlicht und ergreifend an den Wassermolekülen mit einer Frequenz, bei der ihre dielektrische Funktion einen nennenswerten Imaginärteil hat, so daß man damit [dielektrische Verluste](#) produziert.

- Schauen wir uns mal die experimentell bestimmte **dielektrische Funktion von Wasser** an:



Zunächst sehen wir, daß die Kurven der obigen Theorie folgen (so exakt, wie man das per Auge sehen kann).

- Wir sehen auch den beträchtlichen Einfluss der Temperatur; genau wie es sein sollte: [Wir hatten](#):

$$\langle P \rangle = \frac{N \cdot \mu^2 \cdot E}{3k_B T}$$

- Ein Temperaturwechsel von ca. **300 K** zu **400 K** sollte demnach $\epsilon'(300 \text{ K}) \approx 80$ auf $\epsilon'(400 \text{ K}) = 60$ reduzieren. Die experimentell bestimmte Reduktion ist etwas kleiner, weil wir die Interaktion der Wasserdipole mit ihren Nachbarn nicht berücksichtigt haben.

Die höchsten dielektrischen Verluste treten im Bereich um **5 GHz bis 100 GHz** auf, das heißt im Mikrowellenbereich des Spektrums.

- Die meisten "Mikrowellen" (Küchengeräte) arbeiten bei **2,455 GHz** (d. h. bei einer Wellenlänge von ca. 12 cm), etwas unterhalb des Bereichs maximaler Verluste. Das ist absichtlich so gemacht, damit nicht schon die äußere Wasserhülle die gesamte Strahlung absorbiert und gleichmäßigeres Aufwärmen gewährleistet ist.
- Nicht absorbierte Strahlung wird an den Wänden reflektiert und trägt zur Gleichmäßigkeit bei.

Falls das Wasser gefroren ist, gibt's ein Problem. Eis hat im Mikrowellenbereich eine kleine **DK** und wenig Verluste. Es dauert dann Minuten um die gefrorene Butter aufzutauen, danach "explodiert" sie sehr schnell.

Falls das Wasser "salzig" ist oder, wie beim Essen üblich, sonstwie verdreht, geht die **DK** und damit die Verluste runter. Andererseits wackelt das Feld jetzt auch an den diversen Ionen im Wasser (sie sind keine Dipole sondern rennen jetzt hin und her). Das produziert jedenfalls auch "Reibung" und damit Wärme. Insgesamt mag der Heizeffekt sogar ansteigen.

Hier die schnellen Fragen:

