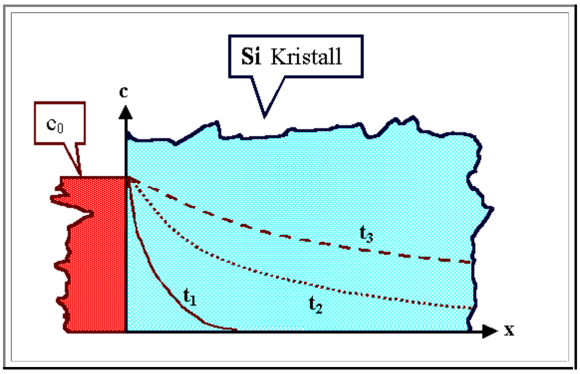
Übung 4.2-2

Anwendung des 2. Fickschen Gesetzes

- Wir betrachten ein eindimensionales Problem: Ein Stück **Si** hat bei $x = 0$ auf der Oberfläche ein konstante und unerschöpfliche Dichte n_∞ an Arsenatomen; im Inneren liege die konstante Dichte $n_0 << n_\infty$ vor.
  - Damit haben wir eine Rand- und Anfangsbedingung gegeben.
- Die Arsenatome (oder Phosphor-, Boratome) diffundieren im Laufe der Zeit ins Silizium; wir können vermuten, dass sich Konzentrationsprofile wie gezeichnet einstellen werden.



  - Wer mag, liest erst mal nicht weiter, sondern schaut mal, wie weit sie bei der *Berechnung* der Diffusionprofile kommt - das Problem ist zusammen mit dem **2**. Fickschen Gesetz eindeutig gegeben und lösbar.

- Der Rest zeigt, dass der folgende Ausdruck die gesuchte Lösung ist:

$$n(x, t) = (n_\infty - n_0) \cdot \left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{x}{2(D \cdot t)^{1/2}}\right)\right) + n_0$$

  - Der Ausdruck "***erf*** " steht dabei für "**Errorfunction** " oder **Gaußsche Fehlerfunktion**; eine tabellierte Funktion mit folgender Definition:

$$\mathrm{erf}\,(x) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \cdot \int_0^x \exp - x'^{\,2} \cdot dx'$$

- Daß bei der Lösung der **Diffusionsgleichungen**, wie die Fickschen Gesetze auch genannt werden, typische Funktionen der Statistik auftreten, ist eigentlich für uns nicht überraschend, denn wir haben schließlich rein statistische Bewegungen der Teilchen als Grundprozeß.
  - Dass die Differentialgleichungen der Fickschen Gesetze dann doch nicht so ganz einfach zu lösen sind - that's life!
- Hier noch ein paar nützliche Hinweise:

Hinweis I: $\frac{d}{dz}\left[\int_a^{g(z)} f(y)dy\right] = f(g(z)) \cdot g'(z)$

Hinweis II: $\int_0^{+\infty} \exp(-y^2)dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

Hinweis III: $\mathit{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z \exp(-y^2)dy$

Lösung