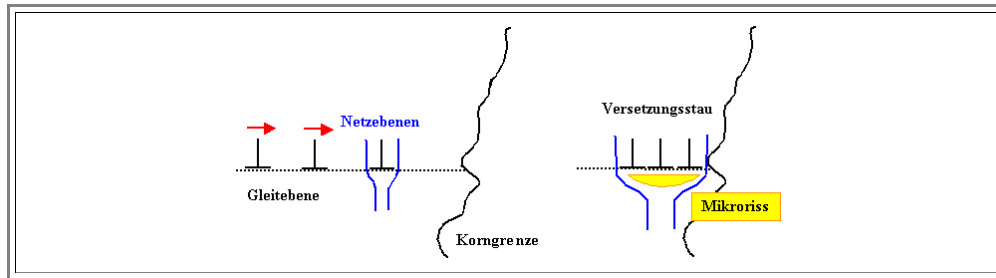


7.3.2 Mikrorisse und Bruchfestigkeit

Mikrorisse als Quelle lokaler Bruchvorgänge

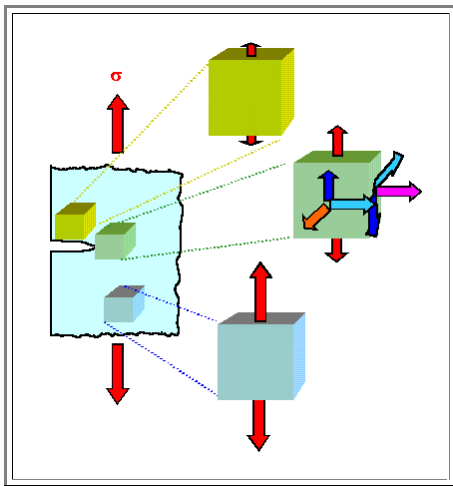
Was sind Mikrorisse? Zunächst mal kleine Hohlräume oder "voids", insbesondere falls sie eher zweidimensional sind. Aber da ist noch viel mehr:

- Kleine **Risse** im Wortsinn, die von der Oberfläche aus in das Material führen. Jede mechanisch bearbeitete Oberfläche wird solche Mikrorisse aufweisen, auch wenn sie mit dem bloßem Auge oder dem Lichtmikroskop nicht sichtbar sind.
- **Interne Risse**, z.B. zwischen Körnern, insbesondere zwischen zusammengesinterten Körnern einer Keramik, oder an Ausscheidungen die nicht so recht ins Gitter passen. Diese Mikrorisse mögen zwar nur einige **nm** ausgedehnt sein; aber das reicht um das Bruchverhalten zu beeinflussen.
- **Aufgestaute Versetzungen**, z.B. an einer Korngrenze. Das sieht im Extremfall so aus:



- Irgendeine Spannung treibt die eingezeichneten Stufenversetzungen nach rechts (linkes Teilbild), wo sie auf eine undurchdringliche Barriere stoßen, z.B. eine Korngrenze oder eine Ausscheidung. Der **Versetzungstau** als Ergebnis ist rechts dargestellt; der Bereich unterhalb der zusammengequetschten Versetzungen ist "praktisch" ein kleiner Riß.

Damit läßt sich verallgemeinert sagen: Jede "verdünnte" Zone im Kristall kann als Mikroriß aufgefaßt werden - und das alles gilt dann sinngemäß auch für amorphe Materialien. Die entscheidende Erkenntnis ist jetzt: **An Mikrorissen tritt Bruch früher ein als im rißfreien Material**. Das hat **zwei** Gründe:



1. **An einem Mikroriß können die lokalen Spannungen höher sein als im Volumen**. Das nebenstehende Bild zeigt einen im unbelasteten Zustand spannungsfreien Mikroriß (es ist nur etwas Material von der Oberfläche her herausgenommen). Legen wir von außen eine **einachsige Spannung** an (d.h. wir machen einen Zugversuch), finden wir an differentiellen Einheitswürfeln **im Volumen** (weit weg vom Riß) ebenfalls nur einen einachsigen Spannungszustand.
 - An einem Einheitswürfel dicht am Mikroriß **müssen** die Spannungen jedoch anders sein - direkt am Riß ist schlicht kein Material das dem Zug von oben oder unten direkt Paroli bieten kann. Wir müssen Spannungen ab- oder aufbauen, damit der Würfel in Ruhe bleibt; das Bild zeigt das schematisch. Dicht an der Rißfläche sind die Spannungen kleiner, an der Rißspitze größer.
 - Dies führt dazu, daß nach lokaler Transformation auf Hauptachsen, die (bruchverursachenden) Normalspannungen jetzt höher sein können als die externe Spannung; insbesondere an scharfen "Kanten". Damit erfolgt lokaler Bruch am Mikroriß bei **kleineren** Spannungen als im Volumen.
2. Viele Mikrorisse in der allgemeinen Definition (z.B. der Versetzungstau) haben bereits hohe eingebaute Spannung; in der Regel sowohl Bereiche mit Zug- als auch mit Druckspannungen.
 - **Irgendwo** am Mikroriß wird sich die eingebaute Spannung mit der angelegten äußeren Spannung so überlagern, daß die Normalspannungen sich addieren. Wiederum sind die lokalen Spannungen höher als die äußere Spannung; lokaler Bruch erfolgt **vor** dem globalen Bruch.
- Beide Effekte können sich natürlich überlagern, im Endeffekt werden wir aber praktisch immer davon ausgehen können, daß ein lokaler Bruch am Mikroriß lange vor dem globalen Bruch eintritt.

Direkt an der Oberfläche des Mikrorisses können keine Spannungen wirken und keine Dehnungen vorhanden sein - die oberflächennahen Atome erfahren keine Kräfte und sind immer im Gleichgewichtsabstand zu ihren Nachbarn (wir vernachlässigen mal die "Ecken").

- Das scheint im Widerspruch zu [obiger Aussage](#) erhöhter Spannungen an einem Mikroriß zu sein, aber die Spannungsüberhöhung tritt nur an "scharfen" Ecken massiv auf.
- Grundsätzlich können wir erwarten, daß in einem zur Größe des Mikrorisses korrespondierendem Volumen die Spannungen und Dehnungen insgesamt kleiner sind als im Volumen. Unsere Näherung berücksichtigt dies; wir können aber nicht so recht abschätzen, wie gut sie ist.

Wir kommen aber relativ leicht zu einer Formel, die trotz Näherung einige Aussagekraft hat.

- Im Zylindervolumen ist also *keine* elastische Energie gespeichert, oder *umgekehrt herum betrachtet*, es wird die Energie P_{RiB} freigesetzt falls wir jetzt in ein gegebenes Volumen einen Riß einführen.
- Die *freigesetzte* Energie ist damit:

$$P_{\text{RiB}} = \frac{\sigma^2}{2E} \cdot \pi \cdot c^2 \cdot b$$

- Der zweite Term ist schlicht das Volumen des Zylinders.
- Mit der Rißfläche $A = 2 \cdot [2c \cdot b]$ (der Faktor 2 berücksichtigt, daß es *zwei* Rißoberflächen gibt) erhalten wir

$$P_{\text{RiB}} = \frac{\sigma^2}{2E} \cdot \frac{\pi \cdot c \cdot A}{4}$$

Dieser *gewonnenen* elastischen Energie steht die *aufzuwendende Oberflächenenergie* $P_{\text{Ob}} = \gamma \cdot A = 4\gamma \cdot c \cdot b$ entgegen.

- Wir können damit das Bruchkriterium [von oben](#) neu formulieren: Bruch wird erfolgen, wenn bei einer Vergrößerung des Mikrorisses die *gewonnene* elastische Energie größer ist als die *aufzuwendende* Oberflächenenergie.
- Das Kriterium für **Rißwachstum** in Formeln ist also

$$\frac{dP_{\text{Ob}}}{dA} < \frac{dP_{\text{RiB}}}{dA}$$

- Damit haben wir

$$\frac{d}{dA} (\gamma \cdot A) < \frac{d}{dA} \left(\frac{\sigma^2 \cdot \pi \cdot c \cdot A}{8E} \right)$$

$$\gamma < \frac{\sigma^2 \cdot \pi \cdot c}{8E}$$

Als Endergebnis erhalten wir

- Bruch erfolgt für

$$\sigma > \left(\frac{8E \cdot \gamma}{\pi \cdot c} \right)^{1/2}$$

Das ist eine einfache und nützliche Formel. Sie besagt insbesondere, daß ein im Material vorhandener Mikroriß *unaufhaltsam wachsen wird*, wenn die äußere Zugspannung größer ist als eine kritische Spannung die von der *Rißgröße c* abhängt!

- Wie gut ist die Formel? Schließlich haben wir eine ziemlich radikale Näherung benutzt.
- Die Antwort ist: *Ziemlich gut* - im Rahmen des idealisierten Zustands. Genauere (und viel komplexere) Rechnungen ergeben gerademal einen Faktor **2** Unterschied; wir erhalten:

$$\sigma > \left(\frac{2E \cdot \gamma}{\pi \cdot c} \right)^{1/2}$$

- Insbesondere ist die funktionale Abhängigkeit der Bruchspannung von der *Oberflächenenergie* und der *Rißgröße* unverändert.

Vergleichen wir die Bruchspannung bei Vorhandensein von Mikrorissen (wir nennen sie $\sigma_{\text{Riß}}$), mit der maximalen theoretischen Bruchfestigkeit σ_{max} , erhalten wir

$$\frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{Riß}}} = \frac{\pi \cdot c}{r_0}$$

- Die maximale reale Bruchspannung eines Materials ist also um den Faktor $\pi \cdot c/r_0$ *kleiner* als die theoretische Bruchspannung. Dabei ist *c* die Abmessung des *größten vorhandenen Mikrorisses*.
- Die Formel zeigt insbesondere: Schon kleinste Mikrorisse im Bereich weniger Gitterkonstanten r_0 , d.h. im Nanometerbereich, verringern die Bruchfestigkeit signifikant.
- Im übrigen verstehen wir, warum die Bruchstücke einer schon gebrochenen Probe jetzt tendenziell erst bei höheren Spannungen brechen: Die verbliebenen Mikrorisse können nur kleiner sein als der Mikroriß, der zum ersten Bruch führte.

Was sagt das Experiment zu unserer Formel? Zu den *zwei* unabhängigen Vorhersagen

$$\sigma_{\text{Riß}} \propto \gamma^{1/2}$$

$$\sigma_{\text{Riß}} \propto (1/c)^{1/2}$$

- Während (die nicht ganz einfach zu messende) Abhängigkeit von der Rißgröße *c* im allgemeinen ganz gut erfüllt ist; gilt das *nicht* für die Proportionalität zur Wurzel aus der Oberflächenenergie γ .
- Die sich aus Bruchexperimenten ergebende Oberflächenenergie ist tendenziell oft erheblich größer als die wahre Oberflächenenergie.
- Dies bedeutet, daß im (vergrößerten) Riß *mehr* Energie steckt, als man in den neuen Oberflächen "unterbringen" kann. Das ist in der Praxis eine gute Sache - erhöht es doch die reale Bruchfestigkeit.

Die Ursache für diese Beobachtung ist in der Regel, daß an der Rißspitze *doch* etwas *plastische Verformung* stattfindet - auch bei eigentlich spröden Materialien! Versetzungen werden erzeugt und bewegt - und dazu wird Energie benötigt. Das ist die im Experiment gefundene *zusätzliche* Energie, die eine erhöhte Oberflächenenergie vorgaukelt.

Wir beenden damit den *Sprödbbruch* - obwohl viele Fragen offen bleiben, und noch viel zu sagen wäre. Klar geworden ist hoffentlich, warum die ingenieurmäßige Bruchmechanik - z.B. die Vorhersage welches Bauteil unter welcher Belastung wann brechen wird - zu den schwierigsten Problemen der strukturellen Materialwissenschaft gehört (man beachte die bisher gar nicht angesprochene zeitliche Entwicklung der Bruchspannung, d.h. das Alterungsverhalten des Bauteils bezüglich Sprödbbruch).

- Und wir wollen nicht vergessen: Die strukturelle Integrität eines Produkts ist die Grundvoraussetzung für sein Funktionieren. Größere technische Katastrophen sind häufig auf Brüche (nicht unbedingt nur *Sprödbüche*) zurückzuführen.
- Wer gerne mehr wissen möchte: In einem "advanced" Modul werden noch einige Punkte etwas vertieft.