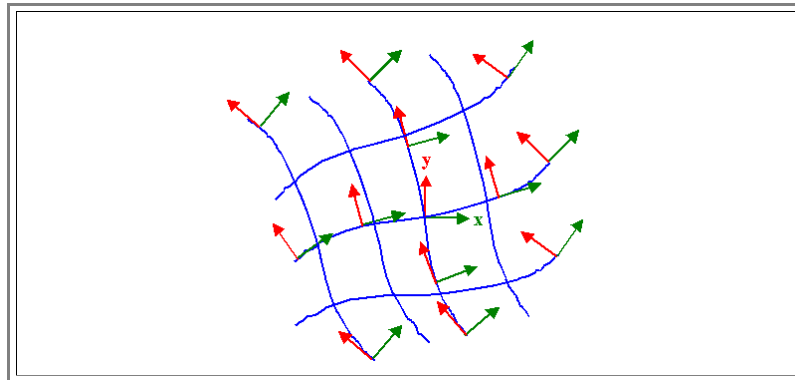


7.2.2 Einige Definitionen und Sätze

- Die grundsätzliche Beschreibung von Spannungszuständen mit Hilfe des Spannungstensors ist vollständig allgemein - wir können immer beliebige Kräfte auf den differentiellen Einheitswürfel wirken lassen.
- Die Beschränkung auf *elastische* Verformungen berührt *nur* das Verformungsgesetz, d.h. die Beziehung zwischen den Tensoren σ und ϵ .
 - Wir können den Spannungstensor also auch für *nichtelastische* Verformungen benutzen - für *plastische Verformung und Bruch*.
- In diesem Kapitel wollen wir einige ganz allgemeine Beziehungen zwischen Verformungsarten und Spannungstensoren kennen lernen. Dazu müssen wir uns zuerst einige simple *Regeln* aufstellen.
- Wir betrachten jetzt grundsätzlich nur Spannungszustände im **Hauptachsensystem**.
 - Die im vorherigen Unterkapitel gezeigten **Spannungszustände** für hochsymmetrische Belastungen sind, bis auf die reine Scherung, schon im Hauptachsensystem - es ist das "natürliche" **KO** System.
 - Der ebenfalls gezeigte Spannungszustand der reinen Scherung muß durch eine Koordinatentransformation in einen reinen Normalspannungszustand überführt. Wie man das macht ist hier nicht wichtig, aber in einem **anderen Modul gezeigt**. In dem neuen **KO** System hat auch der Spannungstensor der reinen Scherung nur noch die Diagonalelemente σ_1 , σ_2 und σ_3 .
 - Die Koordinatenachsen werden jetzt immer so gewählt, daß $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.
- Es ist wichtig sich klar zu machen, daß das Hauptachsensystem an *jedem* Punkt des unter Spannung stehenden Körpers definiert werden muß, wobei es sich natürlich in nicht-pathologischen Fällen *stetig* ändert, wie in einem beliebigen Beispiel unten gezeigt.

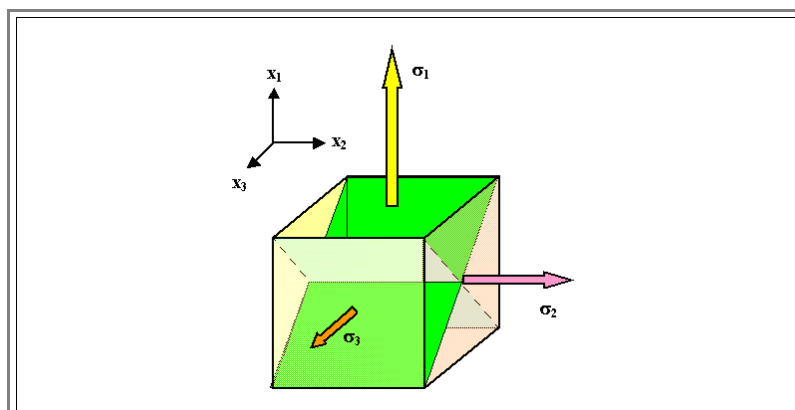


- Das Feld der Koordinatensystem-Einheitsvektoren, symbolisiert durch die blauen Linien, enthält offenbar die wesentliche Information über den Spannungszustand und (bei den üblichen linearen Materialgesetzen) Dehnungszustand.
- Im jeweiligen Hauptachsensystem gelten zwei Sätze:

- Satz 1a:** Die *maximale Scherspannung* die auftreten kann ist gegeben durch

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

- Satz 1b:** Die *Ebene* mit maximaler Scherspannung liegt unter **45°** zu den Ebenen auf denen σ_1 und σ_3 wirkt, wie unten illustriert.



- Die beiden grünen Ebenen sind die Ebenen maximaler Scherspannung. Zu beachten ist, daß bei der Wahl des kleinsten σ nicht der **Betrag** zu nehmen ist - negative σ , d.h. Druckspannungen sind **kleiner** als positive σ , z.B ist - **5 GPa** eine **kleinere** (Druck)spannung als - **2 GPa** oder **+ 8 GPa**.

Wir werden diesen Satz nicht beweisen; er ist nahezu direkt einsichtig. Wir sind nun in der Lage, die beiden wirklich wichtigen Sätze zu formulieren:

- Satz 2:** Die maximal auftretende Scherspannung bestimmt **plastische Verformung**. Sie beginnt durch Versetzungsbewegung auf derjenigen **Gleitebene**, die der Ebene maximaler Scherspannung am nächsten liegt.

- Entscheidend ist, ob auf dieser Gleitebene die vorliegenden Scherspannungen eine für Versetzungsbewegung notwendige kritische Scherspannung τ_{krit} erreichen.

- Satz 3:** Die maximale Normalspannung, d.h. σ_1 , ist bestimmend für das Eintreten eines **Bruchs**.

- Sobald $\sigma_1 > \sigma_{Bruch}$, wird die Probe unvermittelt brechen.

Auch diese Sätze werden wir nicht beweisen, da sie sich aus dem folgenden fast von alleine ergeben. Wir werden aber jetzt schon einige wichtige Schlußfolgerungen ziehen.

- Aus dem **ersten** Satz folgt, daß Körper die unter beliebig hohem **allseitigem** Druck oder Zug stehen, sich **niemals** plastisch verformen, denn

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = 0.$$

- Noch verblüffender: **Zusätzliche** Spannungen, die auf einen Körper einwirken, können plastische Verformungen verhindern, denn **vergrößern** eines kleinen σ_3 kann beispielsweise τ_{max} **verringern**.

- Aus **beiden** Sätzen folgt, daß es **materialspezifische** kritische Größen gibt - τ_{krit} und σ_{Bruch} - von denen die plastischen und Brucheigenschaften des Materials abhängen.

Wir haben **zwar schon aus den Bindungspotentialen abgeleitet**, bei welcher ultimativen Spannung oder Dehnung eine Bindung "aufgeht", d.h. definitiv Bruch eintritt, aber das war eine **absolute obere** Grenze. Wir haben **keine** Aussage darüber, ob Bruch schon bei kleineren Spannungen auftreten kann, und was dann σ_{Bruch} bestimmt.

Wir haben insbesondere **kein** Kriterium für τ_{krit} . Wir sind uns aber im klaren darüber, daß τ_{krit} so ziemlich die wichtigste Bestimmungsgröße für das nichtelastische Verformungsverhalten eines Materials ist. Für simplen einachsigen Zugs ($\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) gilt schlicht:

- Das Material ist **spröde** falls $\sigma_{Bruch} < 2\tau_{krit}$. Der Sprödbruch tritt **vor** plastischer Verformung auf. Da wir annehmen können, daß τ_{krit} (und vielleicht auch σ_{Bruch}) temperaturabhängig sind, kann das bedeuten, daß ein sprödes Material mit zunehmender Temperatur duktil wird - wie z.B **Si** und **Ge**.

- Im Umkehrschluß gilt, daß ein Material **duktil** ist, falls

$$\sigma_{Bruch} > 2\tau_{krit}.$$

- Elastisches** Verhalten liegt jetzt immer dann vor, falls sowohl

$$\sigma < 2\tau_{krit} \text{ und}$$

$$\sigma < \sigma_{Bruch}.$$

Für kompliziertere Spannungszustände werden die Kriterien etwas komplizierter, aber die Schlußfolgerung bleibt dieselbe:

- Zwei** Materialparameter - τ_{krit} und σ_{Bruch} - bestimmen, ob ein gegebenes Material auf einen bestimmten Spannungszustand **elastisch**, **plastisch** oder mit **Bruch** reagiert.

- Dabei ahnen wir schon, daß beide Parameter keine einfachen Zahlen sind, sondern außer von der Temperatur noch vom Gefüge abhängen werden - von z.B. Korngröße, Versetzungsdichte, Verunreinigungsgehalt, usw.

- Und im Grunde **wissen wir auch schon**, daß τ_{krit} unmittelbar damit gekoppelt ist, wie leicht oder schwer in einem gegebenen Material Versetzungen erzeugt und bewegt werden können.

Somit wird es jetzt Zeit, sich mit den beiden Materialparametern näher zu beschäftigen. Soweit es das generelle Verhalten und den Bruch betrifft, wird das in den verbleibenden Unterkapitel dieses Kapitels erfolgen; der **kritischen Schubspannung** τ_{krit} werden wir jedoch ein eigenes **Kapitel 8** widmen.