

Die wahren Bohrschen Postulate

Basics

Entgegen der üblichen Textbuchweisheit, hat **Bohr nicht** die Quantelung des Drehimpulses postuliert, sondern **drei** Postulate aufgestellt, von denen insbesondere die sogenannte **Komplementarität** wichtig war.

- Was das bedeutet und wie man damit zum Bohrschen Atommodell kommt, entnehmen wir (in Kurzform) dem großartigen Buch "**Atom- und Quantenphysik**" von **Haken** und **Wolf** aus Stuttgart (bei denen ich mal Physik studierte).

Bohr startete mit der Gesamtenergie des "kreisenden" Elektrons

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} m \cdot r^2 \cdot \omega^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r}$$

- Aus dem Kräftegleichgewicht

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

- läßt sich r als Funktion der anderen Variablen ausdrücken. Eingesetzt in die Energieformel ergibt sich der etwas unhandliche Ausdruck

$$E = - \frac{1}{2 \cdot (4\pi\epsilon)^{2/3}} \cdot (e^4 \cdot m \cdot \omega^2)^{1/3}$$

Noch ist alles klassisch, **alle** Energien und Kreisfrequenzen sind möglich. Die Frequenz des abgestrahlten Lichts wäre direkt durch die Umlauffrequenz $\nu = \omega/2\pi$ gegeben. Da das nicht hinreicht, braucht man jetzt neue Axiome oder Postulate. Bohr hat an dieser Stelle **drei** Postulate aufgestellt.

- 1. Postulat** Es sind nur bestimmte diskrete Bahnen aus der unendlichen Vielfalt der durch die Formeln gegebenen erlaubt. Die erlaubten Energien sind E_n mit $n = 1, 2, 3, 4, \dots$
- 2. Postulat.** Die Frequenz der ausgesandten Strahlung ergibt sich aus der **Energiedifferenz** der erlaubten Bahnen, d.h.

$$h\nu = E_n - E_{n'}$$

Das nützt aber alles noch nichts - es fehlt das alles entscheidende Auswahlkriterium für die erlaubten Bahnen oder Energien

- Also kommt jetzt erstmal das Experiment zu Hilfe. Die Frequenz des vom Wasserstoffatom ausgestrahlten Lichtes war bekannt, alle Spektrallinien folgten mit großer Präzision der empirischen Formel

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

- mit λ = Wellenlänge ($1/\lambda$ heißt **Wellenzahl**) und R_{ex} = experimentell sehr genau ermittelte **Rydberg Konstante** = $109\,677,5810 \text{ cm}^{-1}$.
- Durch Vergleich ergibt sich unmittelbar

$$E_n = - \frac{R \cdot h \cdot c}{n^2}, \quad E_{n'} = - \frac{R \cdot h \cdot c}{n'^2}$$

Als nächstes muß die Rydberg Konstante **theoretisch** bestimmt werden, das war die eigentliche Herausforderung. Für einen ersten Ansatz lag nahe, die Umlauffrequenzen der Elektronen und die Frequenzen der emittierten Strahlung für die mit den möglichen Sätzen für n und n' ausgewählten Bahnen gleichzusetzen und dadurch einen **theoretischen** Wert für die Rydbergkonstante zu erhalten.

● Es ist aber schnell zu sehen, daß man insbesondere für kleine Bahnradien hier weit daneben liegt. Die Lösung bringt das **3. Bohrsche Postulat**, das "**Korrespondenzprinzip**":

● **3. Postulat** Für "große" Parameter, hier Bahnradien, gilt die klassische Physik (zumindest in guter Näherung).

Die experimentelle Gleichung für die Wellenzahl ergibt (in Frequenzen ausgedrückt) für große **n** (für die das **3. Postulat** gelten sollte) und $\Delta n = 1$

$$v = \frac{c}{\lambda} \approx \frac{2 \cdot R \cdot c}{n^3}$$

$$\omega = 2\pi v \approx \frac{4\pi \cdot R \cdot c}{n^3}$$

● Diese Frequenz sollte, bei Gültigkeit des Korrespondenzprinzips, identisch sein mit der Umlauffrequenz für große Bahnen. Der entscheidende Gedanke ist jetzt, diesen Ausdruck für die Kreisfrequenz in die [obige Energieformel](#) einzusetzen. Wir erhalten dann den folgenden geschachtelten Ausdruck für die Rydberg Konstante **R**

$$\frac{R \cdot h \cdot c}{n^2} = \frac{1}{2 \cdot (4\pi\epsilon_0)^{2/3}} \cdot \left(e^4 \cdot m \left(\frac{4\pi \cdot R \cdot c}{n^3} \right)^2 \right)^{1/3}$$

● Das ganze vereinfacht sich dann zu dem *theoretischen* Wert für die Rydberg Konstante

$$R_{\text{theo}} = \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3 c} = 109\,737,318 \text{ cm}^{-1}$$

● Und das ist zunächst gut genug - schließlich ist das Proton als ruhend angenommen, während in Wahrheit Proton und Elektron um den gemeinsamen Schwerpunkt kreisen. Wird dieser Effekt berücksichtigt (das ist relativ einfach), ergibt sich **R_{theo} = 109 677,584** - bis auf **7** Stellen der experimentelle Wert!

Ein größerer wissenschaftlicher Triumph ist schwer vorstellbar. Der Rest folgt nun schnell:

● Die Bahnradien **r_n** als Funktion der Hauptquantenzahl **n** sind

$$r_n = \frac{n^2 \cdot h^2 \epsilon_0}{\pi \cdot e^2 \cdot m}$$

Der Drehimpuls wird damit

$$D = m \cdot v \cdot r = \frac{n \cdot h}{2\pi}$$

● Das ist die "Quantelungsbedingung" für den Drehimpuls, die jetzt "herauskommt", und nicht postuliert werden muß.

● Die Erkenntnis, daß die Quantelung des Drehimpulses als Eingangspostulat schneller zum Ziel führt ist klar - jedoch nicht mit der gleichen Universalität wie das Korrespondenzprinzip, das von Bohr gleichsam heilig gesprochen wurde.